Rekstrarhagfræði III

Sigurgeir Örn Jónsson

22. feb. 1996

Efnisyfirlit

Kafli 1

Upprifjun

1.1 Eftirspurnarföll

1.1.1 Hefðbundið eftirspurnarfall

Þegar nytjafall er hámarkað er hægt að lýsa eftirspurnarmagni sem falli af verðum og ráðstöfumartekjum:

$$x_i^* = d_i\left(P_1, P_2, \ldots, P_N, I\right) \tag{1.1}$$

Oft er þó gert ráð fyrir því að verð annara vara sé fast:

$$x^* = d_X\left(P_x, P_y, I\right) \tag{1.2}$$

1.1.2 Bætt eftirspurnarfall

Bætt esp.fall sýnir aðeins skiptiáhrif verðbreytinga en ekki tekjuáhrifin. Fallið sýnir s.s. áhrif verðbreytinga á eftirspurnarmagn þegar að nytjum er haldið föstum:

$$x^* = h_x\left(P_x, P_y, U\right) \tag{1.3}$$

Þetta fall er fundið með því að leysa hámörkunarvandamál fyrir X og Y og stinga þeim aftur í upprunalega nytjafallið. Út úr nytjafallinu er leyst út fyrir $I\left(U, P_x, P_y\right)$ og I stungið inn í eftirspurnarföllin fyrir x^* og y^*.

1.1.3 Tengslin milli bættrar og óbættrar eftirspurnar

Tengslin má rita á eftirfarandi hátt:

$$h_x\left(P_x, P_y, U\right) = d_x\left(P_x, P_y, E\left(P_x, P_y, U\right)\right) \tag{1.4}$$

þar sem E er útgjaldafallið.

1.1.4 Útgjaldafall

Útgjaldafall sýnir lágmarkseyðslu sem nauðsynleg er til þess að ná ákveðnum nytjum fyrir gefin verð. Fallið er fengið með því að lágmarka kostnaðarfall m.t.t. ákveðinna nytja, þ.e.:

$$\text{hám } E = P_x X + P_y Y \tag{1.5}$$
$$\text{þ.a.}\bar{U} = U(X, Y) \tag{1.6}$$

Útkomu lágmörkunar er stungið inn í upprunalega kostnaðarfallið og leyst út fyrir X og Y. Að lokum er X og Y stundið inn í neyjafallið og leyst út fyrir E.

1.2 Slutsky jafnan

$$\frac{\delta x_j(\mathbf{p}, y)}{\delta p_i} = \frac{\delta h_j(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y))}{\delta p_i} - \frac{\delta x(\mathbf{p}, y)}{\delta y} \cdot x_i \tag{1.7}$$

Sönnun: Látum $\mathbf{x}^*$ hámarka nyt í $(\mathbf{p}^*, y^*)$ og látum $u^* = u(\mathbf{x}^*)$. Þá gildir eftirfarandi:

$$h_j(\mathbf{p}, u^*) \equiv x_j(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u^*)) \tag{1.8}$$

Diffrum þetta fall með tilliti til p_i og metum diffrið á punkti p^*:

$$\frac{\delta h_j(\mathbf{p}^*, u^*)}{\delta p_i} = \frac{\delta x_j(\mathbf{p}^*, y^*)}{\delta p_i} + \frac{\delta x_j(\mathbf{p}^*, y^*)}{\delta y}\frac{\delta e(\mathbf{p}^*, u^*)}{\delta p_i} \tag{1.9}$$

En við vitum að $\delta e(\mathbf{p}^*, u^*)/\delta p_i = x_i^*$ og því getum við endurritað:

$$\frac{\delta x_j(\mathbf{p}^*, y^*)}{\delta p_i} = \frac{\delta h_j(\mathbf{p}^*, u^*)}{\delta p_i} - x_i\frac{\delta x_j(\mathbf{p}^*, y^*)}{\delta y} \tag{1.10}$$

■

Hægt er að umrita Slutsky jöfnuna yfir á teygniform

1.3 Sheapard's lemma

Látum $x_i(\mathbf{w}, y)$ vera bætta eftirspurn fyrirtækis eftir aðþætti i. Ef að kostnaðarfallið (c) er diffranlegt í punkti $(\mathbf{w}, y)$ og $w \gg 0$ gildir eftirfarandi:

$$x_i(w, y) = \tfrac{\delta c(w,y)}{\delta w_i} \qquad i = 1, \cdots, n \tag{1.11}$$

Sönnun: Látum $\mathbf{x}^*$ vera kostnaðarlágmörkunarkarfa sem framleiðir y á verðum $\mathbf{w}^*$. Skilgreinum eftirfarandi fall:

$$g(\mathbf{w}) = c(\mathbf{w}, y) - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^* \tag{1.12}$$

Þar sem að $c(\mathbf{w}, y)$ er hagkvæmasta leið til þess að framleiða y er fallið $g(\mathbf{w}) < 0$. Þegar $\mathbf{w} = \mathbf{w}^*$ er $g(\mathbf{w}^*) = 0$ en diffur fallsins er einnig núll í hámarkspunkti og því verður eftirfarandi að gilda:

$$\frac{\delta g(\mathbf{w}^*)}{\delta w_i} = \frac{\delta c(\mathbf{w}^*, y)}{\delta w_i} - x_i^* = 0 \tag{1.13}$$

■

1.4 Regla Hotellings

Látum $y(p, w)$ vera framboðsfall fyrirtækisins og látum $x_i(p, \mathbf{w})$ vera eftirspurn fyrirtækisins eftir aðþætti i. Þá gildir eftirfarandi:

$$y(p, \mathbf{w}) = \frac{\delta \pi(p, \mathbf{w})}{\delta p} \tag{1.14}$$

$$x_i(p, \mathbf{w}) = -\frac{\delta \pi(p, \mathbf{w})}{\delta w_i} \tag{1.15}$$

þegar afleiðurnar eru til og þegar $w \gg 0, p > 0$.

Sönnun: Gerum ráð fyrir því að $(y^*, \mathbf{x}^*)$ sé útkoma hagnaðarhámörkunar þegar verð $(p^*, \mathbf{w}^*)$ gildir. Skilgreinum eftirfarandi fall:

$$g(p, \mathbf{w}) = \pi(p, \mathbf{w}) - (p \cdot y^* - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^*) \tag{1.16}$$

Fyrri liðurinn er ávallt jafnstór eða stærri en síðari liðurinn og því er lágmarksgildi g fallsins 0. Fyrstu gráðu skilyrði fyrir lágmarki sýna að:

$$0 = \frac{\delta g(p^*, \mathbf{w}^*)}{\delta p} = \frac{\delta \pi(p^*, \mathbf{w}^*)}{\delta p} - y^* \tag{1.17}$$

$$0 = \frac{\delta g(p^*, \mathbf{w}^*)}{\delta w_i} = \frac{\delta \pi(p^*, \mathbf{w}^*)}{\delta w_i} + x_i^* \tag{1.18}$$

■

Kafli 2

Almennt samkeppnisjafnvægi

2.1 Verðmyndun í fullkominni samkeppni

Í þessum kafla er gert ráð fyrir því að verðmyndun eigi sér stað við fullkomna samkeppni. Markaðurinn inniheldur margar einsleitar vörur þar sem hver vara hefur jafnvægisverð sem myndast hefur út frá framboði og eftirspurn. Fyrir hverja vöru en engin umframeftirspurn og ekkert umframframboð þ.e. að framleiðendur bjóða fram það vörumagn sem eftirspurn er eftir og neytendur neyta þess vörumagns sem framboð er á. Gert er ráð fyrir því að viðskiptum fylgi enginn færslu- eða flutningskostnaður og að fyrirtæki og einstaklingar hafi fullkomnar upplýsingar um ríkjandi markaðsverð.

Þar sem gert er ráð fyrir engum færslukostnaði og fullkomnum upplýsingum ríkir lögmál eins verðs fyrir hverja vöru, þ.e. einsleit vara er seld og keypt á sama verði óháð því hver kaupir eða hver selur. Ef vara væri seld á mismunandi verði myndi framboð og eftirspurn sjá til þess að jafnvægisverð kæmist á.

2.2 Framleiðsla og neysla á tveimur vörum

2.2.1 Kassi Edgeworth

Hægt er að setja upp kassa Edgeworth sem lýsir öllum mögulegum framleiðslusamsetningum á tveimur vörum miðað við notkun á tveimur aðþáttum. Gert er ráð fyrir því að tiltekið fast magn sé til af aðþáttunum tveimur. X-ás kassans er látinn tákna vinnuaflsnotkun og y-ásinn er látin tákna fjármagnsnotkun. Grunnpunktur vöru X er í SV horninu og grunnpunktur vöru Y er í NA horninu. Við getum þannig lýst hvaða framleiðslusamsetningu sem er með því að setja punkt inn í kassann. Framleiðsluþættir eru fullnýttir í hverjum punkti en þó ekki hagkvæmlega nýttir allsstaðar. Ef jafngildislínur (*e. isoquants*) eru teiknaðir inn í kassann sést augljóslega að hagkvæmustu framleiðslusamsetningar hljóta að vera þar sem jafngildislínur X og Y eru með sömu hallatölu. Ef lína er dregin í gegn um alla hagkvæma punkta kemur fram svokölluð framleiðslumöguleikalína.

2.2.2 Framleiðslumöguleikakúrvan

Kúrfa þessi sýnir allar mögulegar framleiðslusamsetningar á tveimur vörum að því gefnu að aðþættir eru í föstu gefnu magni og að aðþættirnir séu nýttir á hagkvæman hátt. Línu þessa má draga upp á mynd þar sem ásarnir telja magn hverrar vöru fyrir sig (Y á y-ás og X á x-ás). Neikvæður halli framleiðslumöguleikakúrfvunnar er kallaður *Rate of Product Transformation (RTP)*

$$RTP_{\text{X fyrir Y}} = -\frac{dY}{dX} \tag{2.1}$$

RTP sýnir hvernig skipta má út X með Y meðan framleiðslan er með hagkvæmum hætti. Hægt er að umrita RTP með því að nota heildardiffur kostnaðarfalls. Á framleiðslumöguleikakúrvunni er gildi kostnaðarfallsins það sama þar sem allir framleiðsluþættir eru fullnýttir:

$$dC = \frac{\delta C}{\delta X} \cdot dX + \frac{\delta C}{\delta Y} \cdot dY = 0 \tag{2.2}$$

Umritum:

$$RTP = -\frac{dY}{dX} = \frac{\delta C/\delta X}{\delta C/\delta Y} = \frac{MC_X}{MC_Y} \tag{2.3}$$

Framleiðslumöguleikaferlinn er kúptur. Ástæður fyrir þessu eru m.a. eftirfarandi:

- **Minnkandi jaðarafköst**

  Dæmi: Aukning í X mun auka jaðarkostnað framleiðslu X, en minnkun í Y minnka jaðarkostnað framleiðslu Y.

- **Sérhæfðir aðþættir**

  Ef einhverjir aðþættir eru sérhæfðir til ákveðinnar framleiðslu verður framleiðslumöguleikaferillinn kúptur

- **Mismunandi nýtingarhlutföll aðþátta**

  Framleiðslumöguleikaferilinn verður kúptur ef vörur X og Y nota aðþætti í mismunandi hlutföllum.

2.3 Walras jafnvægi

Vandamál Walras er formlega skilgreint sem: Er til verðvektor jafnvægisverða $\bar{P}^*$ þannig að eftirfarandi gildi:

$$D_i(\bar{P}^*) = S_i(\bar{P}^*) \text{ fyrir } i = 1....M \tag{2.4}$$

Þar sem að $\bar{P}$ er verðvektor allra vara á markaðnum. Walras skilgreindi síðan umframeftirspurn sem

$$ED_i = D_i(\bar{P}) - S_i\left(\bar{P}\right) \tag{2.5}$$

En samband milli umframeftirspurnar og verðbreytinga er:

$$ED_i \begin{cases} > 0 & => & p_i \text{ hækkar} \\ = 0 & => & p_i \text{ óbreytt} \\ < 0 & => & p_i \text{ lækkar} \end{cases} \tag{2.6}$$

Eftirfarandi forsendur ríkja í jafnvægislíkani Walras

- Öll eftirspurnarföll (og þar með umframesp. föll) eru einsleit af núlltu gráðu
- Eftirspurnarföll eru samleit

Verðvektorinn $\bar{P}^*$ leysir vandamálið, þ.e. gerir umframeftirspurn 0 eftir öllum vörum. Einn hængur er á því að leysa kerfið en hann er sá að kerfið samanstendur af (n-1) jöfnum. Því er nauðsynlegt að gefa sér verð einnar vöru (t.d. peningavöru) svo kerfið hafi eina lausn.

2.4 Lögmál Walras

$$\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot ED_i\left(\bar{P}\right) = 0 \tag{2.7}$$

Þ.e. heildarvirði umframeftirspurnar er núll. Lögmál Walras heldur fyrir hvaða verð sem er. Drög að sönnun:

Ímyndum okkur tvo einstaklinga (A og B) sem eiga tvær tegundir vara (X og Y). Ritum upp tekjubönd einstaklinganna:

$$\begin{aligned} &\text{A: } P_x(X_A - \bar{X}_A) + P_Y(Y_A - \bar{Y}_A) = 0 \\ &\text{B: } P_x(X_B - \bar{X}_B) + P_Y(Y_B - \bar{Y}_B) = 0 \end{aligned}$$

Leggjum tekjuböndin saman og tökum út fyrir sviga

$$P_X\left((X_A + X_B) - (\bar{X}_A + \bar{X}_B)\right) + P_Y\left((Y_A + Y_B) - (\bar{Y}_A + \bar{Y}_B)\right) = 0$$

eða

$$P_X \cdot ED_X(P_X, P_Y) = P_y \cdot ED_Y(P_X, P_Y) \tag{2.8}$$

2.5 Sönnun á tilvist jafnvægisverða

2.5.1 Normalisering verða

Hlutfallsleg verð er það sem skiptir máli í líkaninu og því getum við normaliserað verðin þannig að:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i' = 1 \tag{2.9}$$

með eftirfarandi umbreytingu:

$$P_i' = \frac{P_i}{\sum P_i}$$

2.5.2 Fríar vörur

Í jafnvægisstöðu er ekki nauðsynlegt að umframeftirspurn sé núll í hverjum markaði. Sumar vörur geta haft negatíva umframeftirspurn, svonefndar frívörur:

$$\begin{array}{ll} ED_i(\bar{P}^*) = 0 & \text{fyrir} \quad P_i^* > 0 \\ ED_i(\bar{P}^*) \leq 0 & \text{fyrir} \quad P^* = 0 \end{array}$$

2.5.3 Fastapunktskenning Brouwer

Ef F er samfelld vörun úr lokuðu kúptu mengi M á sjálft sig, þá er til $P^* \in M$ þannig að $P^* = F(P^*)$

2.5.4 Vörpun verðvektorsins á sjálfan sig

Setjum fram vörpun sem sýnir verðbreytingar vegna umframeftirspurnar. Vörpun þessi tekur tillit til frívara, þ.e. verð geta ekki verið neikvæð:

$$P_i = Max\left[0, P_i' + k_i \cdot ED_i\left(\bar{P}'\right)\right]$$

Þessi vörum samræmist þó ekki fastpunktskenningunni þar sem hin nýju verð summerast ekki nauðsynlega upp í einn. Það er þó einfalt mál að lagfæra þetta:

$$P_i = \frac{Max\left[0, P_i' + k_i \cdot ED_i\left(\bar{P}'\right)\right]}{\sum Max\left[0, P_i' + k_i \cdot ED_i\left(\bar{P}'\right)\right]} \tag{2.10}$$

En þessi vörpun samræmist fastpunktskenningunni og því má staðhæfa að til sé $\bar{P}^*$ þannig að eftirfarandi gildi fyrir öll i:

$$P_i^* = \frac{Max\left[0, P_i^* + k_i \cdot ED_i\left(\bar{P}^*\right)\right]}{\sum Max\left[0, P_i^* + k_i \cdot ED_i\left(\bar{P}^*\right)\right]} \tag{2.11}$$

Tilfelli I: $P_i^* = 0$

$$Max\left(0, 0 + k_i ED_i\left(P^*\right)\right) = 0$$

$$\Rightarrow ED_i\left(P^*\right) \preceq 0$$

Tilfelli II: $P_i^* > 0$

Margföldum jöfnu (2.11) með ED$_i$. Í þessu tilfelli er ekki um frívörur að ræða þannig að við getum sleppt Max:

$$P_i^* \cdot ED_i = \frac{P_i^* \cdot ED_i + k_i \cdot ED_i^2}{\sum\left(P_i^* + k_i \cdot ED_i\right)}$$

Tökum saman jöfnur fyrir öll i í eina jöfnu:

$$\sum P_i^* \cdot ED_i = \frac{\sum P_i^* \cdot ED_i}{\sum\left(P_i^* + k_i \cdot ED_i\right)} + \frac{\sum k_i \cdot ED_i^2}{\sum\left(P_i^* + k_i \cdot ED_i\right)}$$

en $\sum P_i^* ED_i = 0$ samkvæmt lögmáli Walras. Því getum við leitt eftirfarandi út:

$$\sum k_i \cdot ED_i^2 = 0$$

$$ED_i\left(P^*\right) = 0$$

og staðhæft að til sé jafnvægis-verðvektor fyrir þetta kerfi.
Ef allar vörur eru vergar staðkvæmdarvörur, þ.e.:

$$\frac{\partial ED_i}{\partial P_j} > 0$$

þá er jafnvægið einstakt.

Kafli 3

Hagkvæmni við samkeppni

3.1 Regla: $RTS_X = RTS_Y$

Fyrirtæki með fast magn auðlinda nýtir þær með hagkvæmum hætti ef þær (1) eru að fullu nýttar og að (2) RTS milli aðþátta er það sama fyrir hverja vöru sem fyrirtækið framleiðir.

Sönnun: Framleiðsluföll eru gefin:

$$
\begin{aligned}
X &= f\left(K_X, L_X\right) && (3.1)\\
Y &= g\left(K_Y, L_Y\right) = g\left(\bar{K} - K_X, \bar{L} - L_X\right) && (3.2)
\end{aligned}
$$

Tæknileg hagkæmni krefst þess að framleiðsla á X sé eins há og mögulegt er fyrir gefið Y. Setjum upp hámörkunarvandamál:

$$\not{L} = f(K_X, L_X) + \lambda\left[\bar{Y} - g\left(\bar{K} - K_X, \bar{L} - L_X\right)\right] \tag{3.3}$$

og útkoman verður:

$$\frac{f_K}{f_L} = \frac{g_K}{g_L} \tag{3.4}$$

■

Sama lausn fæst með því að lágmarka kostnað

$$L = w_L L_x + w_K K_X + \lambda\left(X - f\left(K_X, L_X\right)\right) \tag{3.5}$$

3.2 Regla: jaðarframleiðni hvers framleiðsluþáttar jöfn

Ef framleiðsla á að vera hagkvæm verður að nýta auðlindir þannig að jaðarframleiðni hvers framleiðsluþáttar við framleiðslu á

ákveðinni vöru sé sú sama, óháð því hvaða fyrirtæki er um að ræða.

Sönnun: Tvö fyrirtæki framleiða vöru X. Hámörkum framleiðslu

$$\mathrm{Max}\, X = f_1\left(K_1, L_1\right) + f_2\left(K_2, L_2\right)$$

$$\begin{aligned} m.t.t.K_1 + K_2 &= \bar{K} \\ L_1 + L_2 &= \bar{L} \end{aligned}$$

Stingum skilyrðunum inn og fáum

$$X = f_1\left(K_1, L_1\right) + f_2\left(\bar{K} - K_1, \bar{L} - L_1\right) \tag{3.6}$$

Lausn hámörkunarvandans er:

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_1}{\delta K_1} &= \frac{\delta f_2}{\delta K_2} \\ \frac{\delta f_1}{\delta L_1} &= \frac{\delta f_2}{\delta L_2} \end{aligned} \tag{3.7}$$

■

3.3 Regla: RPT það sama hjá fyrirtækjum

Ef mörg fyrirtæki framleiða sömu afurðir verður jaðarskiptiskiptihlutfall (RPT) milli afurðanna að vera það sama hjá öllum

Sönnun: Hugsum okkur tvö fyrirtæki (A og B) sem framleiða tvær vörur (A og B). Forsendur eru:

$$\begin{aligned} 0 &= T^A(X^A, Y^A) \\ 0 &= T^B(X^B, Y^B) \\ \bar{Y} &= Y^A + Y^B \\ \bar{X} &= X^A + Y^B \end{aligned}$$

þar sem að framleiðslumöguleikaferill hvors fyrirtækis fyrir sig er táknaður með T. Hámörkunarvandamál verður því

$$L = X^A + X^B + \lambda_1 T^A + \lambda_2 T^B + \lambda_3\left(\bar{Y} - Y^A - Y^B\right) \tag{3.8}$$

Fyrstu gráðu skilyrði verða því:

$$\left.\begin{aligned} L_{X^A} = 1 + \lambda_1 T^A_{X^A} = 0 \\ L_{Y^A} = \lambda_1 T^A_{Y^A} - \lambda_3 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{T^A_{Y^A}}{T^A_{X^A}} = -\lambda_3 \tag{3.9}$$

$$\left.\begin{array}{r} L_{X^B} = 1 + \lambda_2 T^B_{X^B} = 0 \\ L_{Y^B} = \lambda_2 T^B_{Y^B} - \lambda_3 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T^B_{Y^B}}{T^B_{Y^B}} = -\lambda_3 \tag{3.10}$$

Heildardiffrum framleiðslujaðarinn:

$$T^A_{X^A} \cdot dX^A + T^A_{Y^A} \cdot dY^A = 0$$

$$\frac{dY^A}{dX^A} = -\frac{T^A_{X^A}}{T^A_{X^A}}$$

$$\Rightarrow \frac{\delta Y^A}{\delta X^A} = \frac{\delta Y^B}{\delta X^B} \tag{3.11}$$

$\blacksquare$

3.4 Frjáls samkeppni

Tryggir hin fullkomna samkeppni hagkvæmni í framleiðslu? Regla 1 segir að fyrirtæki hafi sama tækniskiptihlutfall (RTS) milli framleiðsluþátta í öllum framleiðsluvörum. Þegar fyrirtæki lágmarka kostnað setja þau RTS = w/v fyrir hverja framleiðsluvöru. Fyrirtæki finna þannig sjálf hagkvæmni við nýtingu framleiðsluþátta án þess að nokkur miðstýring eigi sér stað. Regla 2 leiðir til hagkvæmni á sama máta. Regla 3 segir til um að RPT (það hlutfall sem skipta má út einni vöru í framleiðslu fyrir aðra) sé það sama hjá öllum fyrirtækjum. Fyrirtæki jafna RTP fyrir jaðarkostnaðarhlutfallið MC_X/MC_Y. Hvert fyrirtæki jafnar $P_X = MC_X$ og $P_Y = MC_Y$ og því gildir $MC_X/MC_Y = P_X/P_Y$ fyrir öll fyrirtæki.

3.5 Hlutfallsleg hagkvæmni

Regla 3 (3.3) hefur mikilvæga þýðingu í alþjóðaviðskiptum en hún leggur grunninn að kenninguni um hlutfallslega hagkvæmni. Kenning þessi var fyrst sett fram af hagfræðingum David Ricardo sem taldi að þjóðir ættu að sérhæfa sig í framleiðslu á þeim vörum sem þær geta framleitt með hlutfallslega meiri hagkvæmni en aðrar þjóðir.

3.6 Pareto hagkvæmni

Nýting auðlinda er Pareto-hagkvæm ef ekki er mögulegt að auka velferð eins einstaklings á kostnað annars.

3.7 Frávik frá líkaninu um fullkomna samkeppni

Dæmi er um fjöldan allan af frávikum frá líkaninu um fullkomna samkeppni. Skipta má þessum frávikum í eftirfarandi þrjá flokka:

- **Ófullkomin samkeppni**

  Þegar samkeppni er ófullkomin nota fyrirtæki jaðartekjur til hagnaðarhámörkunar en ekki markaðsverð. Af þessu leiðir að markaðsverð bera ekki lengur þær upplýsingar með sér sem nauðsynlegar eru til þess að ná Pareto hagkvæmni.

- **Ytri áhrif**

  Í viðskiptum verða ytri áhrif sem einn aðili kemur yfir á annan á þess að nokkrar skaðabætur séu greiddar fyrir. Í kostnaðarreikningum fyrirtækisins er aðeins tekið tillit til beins kostnaðar en ekki ytri kostnaðar og því getur kjörstaða verið í jafnvægi en ekki í pareto-jafnvægi þjóðsfélagslega séð

- **Almannagæði**

  Markaðurinn nær ekki að framleiða hagkvæmasta magn af vörum sem ekki er hægt að útiloka neyslu á, s.s. varnir, bólusetningar, baráttu gegn glæpum o.fl. Öll almannagæði eiga það sameiginlegt að þegar búið er að framleiða þau er ekki hægt að neita neinum einstaklingi um neyslu ef hann neytar að borga. Hvati myndast hjá hverjum og einum einstaklingi að gerast laumufarþegi, þ.e. njóta gæðanna en sleppa því að borga. Lausn á þessu vandamáli er að láta stjórnvöld framleiða almannagæði og fjármagna framleiðsluna með skattheimtu.

Kafli 4

Verðaðlögun - stöðugleiki

4.1 Verðaðlögun Walras

4.1.1 Samfelldur tími

$$\dot{P} = \lambda ED \tag{4.1}$$

λ getur verið fylki sem þýðir mismunandi verð á mörkuðum. Verð mun hækka ef umframeftirspurn ríkir en lækka ef umframframboð ríkir. Oftast er jafnvægi þessarar diffurjöfnu stöðugt í skurðpunkti framboðs og eftirspurnar. Þó kemur upp sértilfelli þegar framboðskúrvan hefur negatívan halla en þá getur skurðpunkturinn verið óstöðugur. Setjum nú inn í fallið framboð og eftirspurn:

$$\begin{aligned} D &= a - bP \\ S &= c + dP \\ \dot{P} &= \lambda \left(a - bP - (c + dP)\right) \\ &= \lambda \left(a - c\right) - \lambda \left(b + d\right) P \end{aligned}$$

Normaliserum og leysum úr diffurjöfnu

$$\dot{P} + \lambda \left(b + d\right) P = \lambda \left(a - c\right)$$

$$P = \frac{(a - c)}{(b + d)} + Ae^{-\lambda(b+d)t} \tag{4.2}$$

Augljóst er að kerfið er stöðugt ef að $b + d > 0$

4.1.2 Ósamfelldur tími

Setjum sama vandamál upp í ósamfelldum tíma

$$
\begin{aligned}
\Delta P_{t+1} &= P_{t+1} - P = \lambda\left(a - bP_t - (c+d)\,P_t\right) \qquad (4.3)\\
&= \lambda\,(a-c) - \lambda\,(b+d)\,P_t\\
\lambda\,(a-c) &= P_{t+1} - (1-\lambda\,(b+d))\,P_t\\
P_t &= \frac{a-c}{b+d} + A\,(1-\lambda\,(b+d))^t
\end{aligned}
$$

Í þessu kerfi ríkir stöðugleiki ef:

$$
\begin{aligned}
1 &> |1-\lambda\,(b+d)\,|\\
-1 &< 1-\lambda\,(b+d) < 1\\
-2 &< -\lambda\,(b+d) < 0\\
\frac{2}{1} &> b+d > 0
\end{aligned}
$$

4.2 Marshall jafnvægi

Walras-jafnvægi byggðist á verðbreytingum. Marshall gerði ráð fyrir því að hegðun fyrirtækja og einstaklinga byggðist á magnbreytingum fremur en verðbreytingum. Verðaðlögum Marshalls má rita:

$$
\dot{Q} = k\left[P^D(Q) - P^S(Q)\right] = k\left[ED^{-1}(Q)\right] \qquad k>0 \qquad (4.4)
$$

þar sem að $D^{-1}(Q)$ táknar það verð sem eftirspyrjendur eru tilbúnir að reiða af hendi fyrir ákveðið magn og $S^{-1}(Q)$ það verð sem frambjóðendur setja. Hreyfing að jafnvægi orsakast hér á mismun í verði seljenda og kaupenda.

Ákveðinn munur er á Marshall og Walras hvað varðar stöðugleika. Ef markaðurinn er þannig að D og S halla upp og S er brattari en D er markaðurinn stöðugur samkvæmt Marshall en óstöðugur samkvæmt Walras. Ef D og S halla upp en D er brattari en S er markaðurinn stöðugur samkvæmt Walras en óstöðugur samkvæmt Marshall.

Það hvort aðlögun að jafnvægi fylgir verðaðlögun Walras eða magnaðlögun Marshall felst að einhverju leyti í færslu- og upplýsingakostnaði. Ef að kostnaðarlítið er að breyta verðum og gefa upplýsingar um verð er líklegt að aðlögun fylgi Walras. Ef að verð eru tregbreytileg, t.d. vegna langtímasamninga og hægt er að breyta magni með litlum tilkostnaði (t.d. vegna birgða) þá er líklegt að aðlögun fylgi Marshall.

4.3 Kóngulóavefsaðlögun (Cob-Web)

$$
q_t^s = S\left(P_t^e\right) = c + dP_t^e
$$

$$\begin{aligned} q_t^d &= D(P_t) = a - P_t \\ q_t^s &= q_t^d \\ P_t^e &= P_{t-1} \end{aligned} \tag{4.5}$$

Í ofangreindu dæmi er gert ráð fyrir því að verðvæntingar séu það verð sem ríkti á síðasta tímabili. Einnig er hægt að mynda væntingar út frá aðlögunarferli:

$$P_t^e = P_{t-1} + \lambda (P_{t-1} - P_{t-2}) \tag{4.6}$$

Ef framleiðendur og neytendur hafa fullkomnar upplýsingar verður vænt verð:

$$P_t^e = \frac{a - c}{b - d} \tag{4.7}$$

og jafnvægi ríkir á hverju tímabili. Einnig er hægt að setja framboðsfallið fram með ræðum væntingum:

$$q_t^s = S(P_t^e) = c + dP_t^e + \varepsilon_t \tag{4.8}$$

Leysum út úr líkaninu út frá upprunalega líkani (4.5):

$$\begin{aligned} c + dP_{t-1} &= a - bP_t \\ b \cdot P_t + dP_{t-1} &= a - c \end{aligned}$$

Lausn á mismunajöfnu verður þannig:

$$P_t = \frac{a - c}{b - d} + A\left(-\frac{d}{b}\right)^t \tag{4.9}$$

Í líkani þessu ríkir stöðugleiki ef $\left|\frac{d}{b}\right| < 1$, þ.e. ef $|d| < |b|$

Kafli 5

Eftirspurn eftir framleiðsluþáttum

5.1 Hagnaðarhámörkun

5.1.1 Almenn hagnaðarhámörkun

$$\pi = TR(K, L) - TC(K, L) \tag{5.1}$$

Fyrstu gráðu skilyrði hafnaðarhámörkunar

$$\pi_K = TR_K - TC_K = 0 \tag{5.2}$$

$$\pi_L = TR_L - TC_L = 0 \tag{5.3}$$

eða

$$TR_K = TC_K \text{ og } TR_L = TC_L \tag{5.4}$$

Niðurstaða er sú að fyrirtæki sem hámarkar hagnað ræður til sín jaðareiningar af framleiðsluþáttum þar til jaðartekjur eru jafnar jaðarkostnaði. Eftirspurn fyrirtækis eftir framleiðsluþáttum veltur því á framleiðni framleiðsluþáttar og kostnaðar vegna hans.

5.1.2 Jaðarafkastavirði (Marginal Revenue Product)

Jaðarafkastavirði er virði þeirrar framleiðslu sem ein eining til viðbótar af framleiðsluþætti skilar af sér:

$$MRP_L = \frac{\delta TR(q)}{\delta L} = \frac{\delta TR(q)}{\delta q}\frac{\delta q}{\delta L} = MR \cdot MP_L \tag{5.5}$$

þar sem að MR eru jaðartekjur hverrar framleiddrar einingar fyrirtækisins og MP_L er jaðarframleiðsla einnar einingar vinnuafls.

5.1.3 Jaðarkostnaður

Jafna (5.4) sýnir að ráða ber fleiri framleiðsluþætti meðan jaðaframleiðsluvirðiþeirra er meira en jaðarkostnaður. Ef við gerum ráð fyrir því að fyrirtæki sé verðþegi á markaði getum við sett upp skilyrðin svona:

$$MRP_K = v \text{ og } MRP_L = w \tag{5.6}$$

5.1.4 Önnur útfærsla

Getum einnig sett upp fyrirtæki sem lágmarkar kostnað

$$L = vK + wL + \lambda\left[q_0 - f(K, L)\right] \tag{5.7}$$

Fyrstu gráðu skilyrði eru m.a.

$$\lambda MP_K = v \text{ og } \lambda MP_L = w \tag{5.8}$$

en hér má líta á lagrange margfaldarann sem jaðarkostnað þar sem hann endurspeglað breytingu í heildarkostnaði fyrir breytingu um eina einingu í hliðarskilyrðinu. Við getum þannig endurritað:

$$MC \cdot MP_k = v \text{ og } MR \cdot MP_L = w \tag{5.9}$$

5.1.5 Verðþegi á framleiðsluvörum

Að lokum skal litið á vandamálið þegar fyrirtæki er verðþegi á markaðnum, þ.e. MR=P

$$\begin{aligned} P \cdot MP_k &= v \\ P \cdot MP_L &= w \end{aligned} \tag{5.10}$$

5.2 Kúpt hagnaðarfall í P

$$\begin{aligned} \pi(P) &= P(X) \\ &= P_1 X_1 + \cdots + P_n X_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi(\bar{P}) &\leq \lambda\pi(P_1) + (1-\lambda)\pi(P_2) \\ \bar{P} &= \lambda P_1 + (1-\lambda) P_2 \\ \pi(\bar{P}) &= \bar{P}\bar{X} = [\lambda P_1 + (1-\lambda) P_2] \cdot \bar{X} \\ &= \lambda P_1 \cdot \bar{X} + (1-\lambda) P_2 \bar{X} \end{aligned}$$

$\pi(P_1)$ er mesti hagnaður sem hægt er að fá m.v. verð P_1
$\pi(P_2)$ er mesti hagnaður sem hægt er að fá m.v. verð P_2

$$\begin{aligned}\pi(\bar{P}) &\leq \lambda\pi(P_1) + (1-\lambda)\pi(P_2) \\ &\Rightarrow \text{skilyrði f. kúptu falli uppfyllt}\end{aligned}$$

5.3 Samanburðarjafnvægisgreining

5.3.1 Einn aðþáttur

Ritum heildardiffur hagnaðarhámörkunarjöfnunar (5.10):

$$dw = P \cdot \frac{\delta MP_L}{\delta L} \cdot \frac{\delta L}{\delta w} \cdot dw$$

$$1 = P \cdot \frac{\delta MP_L}{\delta L} \cdot \frac{\delta L}{\delta w}$$

$$\frac{\delta L}{\delta w} = \frac{1}{P \cdot \delta MP_L/\delta L} \tag{5.11}$$

Ef við gerum ráð fyrir minnkandi jaðarframleiðni ($\delta MP_L/\delta L < 0$) þá fáum við að $L_w < 0$, þ.e. eftirspurn eftir vinnuafli minnkar þegar laun hækka að öðru jöfnu.

5.3.2 Tveir-aðþættir

Þegar áhrif verðbreytinga á einum framleiðsluþætti eru skoðaðar með hliðsjón af fleiri framleiðsluþáttum verður að taka tillit til:

- **Skiptiáhrif**

  Ef framleiðslumagni er haldið föstu leiðir verðhækkun eins framleiðsluþáttar til þess að fyrirtækið kaupir meira af öðrum framleiðsluþáttum í staðinn.

- **Framleiðsluáhrif**

  Þegar verð framleiðsluþáttar breytist getur verið hagkvæmt fyrir fyrirtæki að breyta framleiðslumagni. Sýnum fram á þetta með því að skipta $\delta L/\delta w$ niður í tvo þætti:

$$\frac{\delta L}{\delta w} = \frac{\delta L}{\delta w}\text{ (q fasti)} + \frac{\delta L}{\delta w}\text{ (af breytingum í q)} \tag{5.12}$$

Fyrri liður - eftirspurn eftir aðþætti þegar framleiðslumagn er fasti

Notum Shephard's Lemma til þess að sýna að eftirspurn við fast framleiðslumagn má finna með því að hlutdiffra heildarkostnaðarfallið m.t.t. launa:

$$\frac{\delta TC}{\delta w} = L'(q, w, v) \tag{5.13}$$

þar sem að fallið L' leyfir okkur að halda framleiðslu fastri.

Síðari liður - eftirspurn eftir aðþætti / framleiðslumagnsáhrif

Sönnun fyrir útleiðslu á framleiðslumagnsáhrifum er ekki tekin fyrir í kennslubókinni. Þó er sett fram jafna sem sýnir þessi áhrif en hún er byggð á keðjureglunni:

$$\frac{\delta L}{\delta w}\text{ (af breytingum í q)} = \frac{\delta L}{\delta q} \cdot \frac{\delta q}{\delta P} \cdot \frac{\delta P}{\delta MC} \cdot \frac{\delta MC}{\delta w} \tag{5.14}$$

Ef markaður er fullkominn má setja $\delta P/\delta MC = 1$.

Teygnistuðlar

Hægt er að finna launateygni eftirspurnar m.v. fasta framleiðslu út frá jöfnu (5.13) á eftirfarandi hátt:

$$\eta_{LL} = \frac{\delta L'}{\delta w} \cdot \frac{w}{L'} = \frac{\delta \ln L'}{\delta \ln w} \tag{5.15}$$

En á sama hátt má rita:

$$\eta_{LL} = -(1 - s_L)\,\sigma \tag{5.16}$$

$$\eta_{LK} = (1 - s_L)\,\sigma \tag{5.17}$$

þar sem að $s_L\,(= wL/qC)$ er hluti vinuaflskostnaðar af heildarkostnaði og σ er skiptiteygni úr framleiðslufallinu.

Þegar til lengri tíma er litið má gera ráð fyrir því að: $e_{L,q} = 1$, $e_{P,MC} = 1$ og $e_{MC,w} = s_L$ en þá er hægt að rita:

$$e_{L,w}\text{ (af breytingum í q)} = s_L e_{q,P} \tag{5.18}$$

og heildarlaunateygni verður þannig:

$$e_{L,W} = \eta_{LL} + s_L e_{q,P} = -(1 - s_L)\,\sigma + s_L e_{q,P} \tag{5.19}$$

Einnig má setja framleiðsluáhrifin (5.14) á teygniform:

$$e_{L,w}\text{ (v/ breytinga í q)} = e_{L,q} \cdot e_{q,P} \cdot e_{P,MC} \cdot e_{MC,w} \tag{5.20}$$

Verðteygni eftirspurnar eftir aðföngum er þeim mun meiri sem

- Staðkvæmdin við önnur aðföng er meiri
- Þeim mun meiri sem eftirspurnarteygni afurðannar er
- Kostnaður vegna aðfangsins er stærri hluti heildarkostnaðarins

5.4 Staðkvæmdarteygni

5.4.1 Skilgreining

$$\sigma = \frac{d\log\left(K/L\right)}{d\log\left(RTS\right)} = \frac{d\log\left(K/L\right)}{d\log\left(MP_L/MP_K\right)} \tag{5.21}$$

Ef fullkomin samkeppni ríkir gildir:

$$\sigma = \frac{d\log\left(K/L\right)}{d\log\left(w/v\right)} \tag{5.22}$$

Staðkvæmdarteygni er hentugt tæki til að skilja áhrif breytinga í samsetningu aðþátta á skiptingu tekna milli framleiðsluþátta. Ef $\sigma > 1$ eykst hluti fjármagns með auknu fjármagni, en minnkar ef $\sigma < 1$

5.4.2 CES

$$y = \gamma\left[\delta K\rho + (1-\sigma)\, L\rho\right]^{\varepsilon/\rho} \tag{5.23}$$

$$\sigma = \frac{1}{1-\rho} \tag{5.24}$$

þar sem eftirfarandi gildir

$$\begin{array}{rcl}
\rho = 0 & \Rightarrow & \text{Cobb Douglas} \\
\rho = 1 & \Rightarrow & \sigma = \infty \\
\rho = -\infty & \Rightarrow & \text{Leontief} \\
\hline
\varepsilon > 1 & \Rightarrow & \text{stærðarhagkvæmni} \\
\varepsilon = 1 & \Rightarrow & \text{föst stærðarhagkv.} \\
\varepsilon < 1 & \Rightarrow & \text{stærðaróhagkvæmni}
\end{array}$$

5.5 Einkeypi

Í mörgum tilfellum eru fyrirtæki ekki verðþegar á aðþáttunum sem þau kaupa, þ.e. fyrirtæki horfir fram á framboðskúrvu sem ekki er óendanlega teygin. Ef einn kaupandi er t.d. að vinnumarkaði verður hann að hækka launagreiðslur til þess að geta fengið fleiri starfsmenn. Launahækkunin gildir þó ekki eingöngu fyrir jaðarstarfsmanninn sem er ráðinn heldur alla hina líka sem þegar hafa verið ráðnir. Fyrirtæki hámarkar hagnað þegar jaðarkostnaður er jafn jaðartekjum. Jaðarkostnaður fyrirtækis í einkeypisaðstöðu er:

$$ME_L = \frac{\delta wL}{\delta L} = w + L\frac{\delta w}{\delta L} \quad (5.25)$$

Ef fyrirtækið væri á fullkomnum markaði væri $\delta w/\delta L = 0$. En fyrirtæki í einkeypisaðstöðu horfir fram á jákvætt hallandi framboðskúrfu $\delta w/\delta L$ og ræður til sín færri starfsmenn en það myndi gera ef um fullkomna samkeppni væri að ræða.

5.6 Launamunur kynja

Hugsanlegt er að skýra launamun milli kynja ef hægt er að stunda verðaðgreiningu á markaðnum. Gefum okkur eftirfarandi forsendur:

- Karlar og konur eru jafn góðir starfskraftar
- Vinnumarkaðurinn aðgreindur ($w_{KK} \neq w_{KVK}$)
- Einkeypisaðstaða fyrirtækja
- Verðteygni launa hjá körlum er mun meiri hjá körlum en konum. Þeir eru fyrr tilbúnir að hætta í starfi ef launin hækka.

Ef teiknað er upp á mynd framboðskúrvur karla og kvenna og jaðarútgjaldaföll kynjanna kemur í ljós að laun kvenna verða lægri jafnvel þótt konur og karlar séu jafnframleiðin.

Kafli 6

Vinnuafl

6.1 Framboð á vinnuafli

Framboð á vinnuafli byggir á eftirfarandi hámörkunarvandamáli hvers einstaklings:

$$\text{hám} \quad U = U\left(C, H\right) \tag{6.1}$$

$$\begin{aligned} m.t.t.\ w\left(T-H\right)+M &= P \cdot C \\ L &= T-H \end{aligned}$$

Getum einnig sett upp útgjaldafall með því að lágmarka útgjöld

$$\min \quad e\left(P, w, U\right) = PC - wL \tag{6.2}$$

Bætta eftirspurnarfallið verður því

$$\frac{\delta e}{\delta w} = -L\left(P, w, U\right) \tag{6.3}$$

Annarar gráðu skilyrði eru:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 e}{\delta w^2} &= -\frac{dL}{dw} < 0 && (6.4) \\ &\Rightarrow \left.\frac{\delta L}{\delta w}\right|_{U=\bar{U}} > 0 && (6.5) \end{aligned}$$

Setjum upp Slutsky jöfnu:

$$\frac{\delta X_i}{\delta P_i} = \left.\frac{\delta X_i}{\delta P_i}\right|_{u=\bar{u}} - X_i \frac{\delta X_i}{\delta M} \tag{6.6}$$

$$L\left(w, U\right) = L\left(w, e\left(w, u\right)\right) = L\left(w, M\right) \tag{6.7}$$

Þar sem að M er minimal expanditures

$$\left.\frac{\delta L}{\delta w}\right|_{u=\bar{u}} = \frac{\delta L}{\delta w} + \frac{dL}{dM} \cdot \frac{de}{dw} \tag{6.8}$$

$$\frac{\delta L}{\delta w} = \left.\frac{\delta L}{\delta w}\right|_{u=\bar{u}} + L\frac{dL}{dM} \tag{6.9}$$

þar sem að $de/dw = -1$

Í ofangreindri vinnuframboðsútleiðslu er ekki tekið tillit til: (1) eftirvinnuálags, (2) atvinnuleysisbóta og (3) til þess að vinnutími er ekki fullkomnlega sveigjanlegur. Hægt er að rita tekjuband fyrir einstakling sem fær eftirvinnuálag (e):

$$w \cdot 8 + w(1+e)[T - 8 - H] = P \cdot C \text{ ef } T - H > 8 \tag{6.10}$$

Í lokin er vert að birta töflu sem sýnir tekju- og staðkvæmdaráhrif

	Vinnuframboð	**Eftirspurn eftir vöru**
Staðkv.áhrif	+	-
Tek.áhr. venjul.vara	-	-
Tek.áhr. óvenjul.vara	+	+

6.2 Tekjuskipting

$$P \cdot MP_L = W_L \tag{6.11}$$

$$P \cdot MP_K = W_K \tag{6.12}$$

$$Q = f(K, L) \tag{6.13}$$

$$\begin{aligned}
\text{Heildarlaunatekjur} &= W_L \cdot L \\
\text{Heildarfjármagnstekjur} &= W_K \cdot K \\
\text{Heildartekjur} &= W_L \cdot L + W_k \cdot K \\
\text{Verðmæti framleiðslu} &= P \cdot Q = W_L \cdot L + W_k \cdot K
\end{aligned}$$

Til langs tíma er $\Pi = 0$ því annars er hægt að fá einhvað fyrir ekki neitt

$$P \cdot Q = P \cdot MP_L \cdot L + P \cdot MP_K \cdot K$$

$$Q = \frac{\delta Q}{\delta L} \cdot L + \frac{\delta Q}{\delta K} \cdot K \tag{6.14}$$

Formúla þessi er svokölluð Euler formúla fyrir Q og er einsleit af fyrstu gráðu

6.3 Fyrirtæki í eigu starfsmanna

Fyrirtæki sem stýrt er af starfmönnum hefur eftirfarandi hámörkunarvandamál

$$\text{Max } y = \frac{P \cdot f\left(L, \bar{K}\right) - \bar{F}}{L} \tag{6.15}$$

Fyrstu gráðu skilyrði eru eftirfarandi:

$$\frac{\delta y}{\delta L} = \frac{P \cdot \frac{\delta f}{\delta L} L - \left(P \cdot f - \bar{F}\right)}{L^2} = 0 \tag{6.16}$$

$$\begin{aligned} P \cdot f_L \cdot L &= P \cdot f - \bar{F} \\ P \cdot f_L &= \frac{P \cdot f - \bar{F}}{L} = y \end{aligned} \tag{6.17}$$

Heildardiffrum og könnum $\delta L / \delta P$:

$$f_L \cdot dP + P \cdot f_{LL} dL = \frac{f}{L} dP + \frac{\delta y}{\delta L} dL \tag{6.18}$$

$$\frac{\delta L}{\delta P} = \frac{f_L - \frac{f}{L}}{-p \cdot f_{LL}} < 0 \tag{6.19}$$

þ.e. ef að verðið hækkar þá minnkar fjöldi starfsfólks. Niðurstaðan er fengin út frá því að $f_L < \frac{f}{L}$.

Kafli 7

Fjármagn

7.1 Neysla á tveimur tímabilum

Neytandi með auð w á tíma 1 getur skipt auðnum niður milli neyslu á tímabili 1 og neyslu á tímabili 2 á eftirfarandi hátt:

$$w = C_1 + \frac{C_2}{1+r} \tag{7.1}$$
$$C_2 = (w - C_1)(1+r) \tag{7.2}$$

Hámörkunarvandamál hversa neytenda verður:

$$\text{Hám } U(C_1, C_2) \tag{7.3}$$
$$\text{M.t.t. } w = C_1 + \frac{C_2}{1+r}$$

Fyrstu gráðu skilyrði verða

$$MRS_{21} = \frac{U_1}{U_2} = 1 + r > 0 \text{ ef } r > -1 \tag{7.4}$$

Ef við gefum okkur að nytjafallið taki eftirfarandi mynd:

$$U(C_1, C_2) = U(C_1) + \frac{1}{1+\delta} U(C_1) \tag{7.5}$$

þar sem að $1/(1+\delta)$ er tímavirði einstaklingins þá verða fyrstu gráðu skilyrði hámarks (7.4) þessi[1]:

$$U_1 = \frac{1+r}{1+\delta} U_2 \tag{7.6}$$

[1] Oft kölluð Euler jafna nytjahámörkunar milli tímabila

Augljóslega má sjá að ef $r = \delta$ og $U(C_1) = U(C_2)$ þá hámarkar einstaklingurinn neyslu sína þannig að: $C_1 = C_2$. Ef tímavirði er meira en vextirnir verður neysla á fyrra tímabili meiri en neysla á síðara tímabili og öfugt ef tímavirði er minna en vextirnir.

Athuga ber að vextirnir sem notaðir eru í þessum kafla (r) eru raunvextir. Finna má sambandið milli nafnvaxta (i) og raunvaxta með:

$$1 + r = \tfrac{1+i}{1+\pi} \quad , \pi = \Delta P \tag{7.7}$$

Staðkvæmdar- og tekjuáhrif við vaxtahækkun má sjá á eftirfarandi töflu:

	Staðkv.áhr.	**Tekjuáhr.**	**Heildaráhr.**
$\mathbf{C_1}$	-	+	?
$\mathbf{C_2}$	+	+	+

7.2 Eftirspurn fyrirtækja eftir fjármagni

Á fullkomnum markaði munu fyrirtæki ráða til sín þann fjölda véla þannig að jaðarframleiðsluvirði er jafnt leiguverði véla á markaði. Kostnaði þess að eiga vél má skipta í tvo þætti: vaxtakostnað og afskriftir. Heildarkostnaður v/ vélar á einu tímabili er því:

$$v = P(r + d) \tag{7.8}$$

en þar sem um fullkominn markað er að ræða er heildarkostnaður jafn leiguverði. Ef að vél er ekki afskrifuð verður leiga hennar fundin með formúlu eilífðarbréfa.

$$\frac{v}{P} = r \tag{7.9}$$

Fyrirtæki sem hámarkar hagnað og hefur kost á fullkomnum leigumarkaði mun hámarka hagnað með því að ráða til sín fjármagn þangað til að:

$$MRP_K = v = P(r + d) \tag{7.10}$$

7.2.1 Samfelldur tími

Jöfnu (7.8) má leiða út með almennari hætti þar sem að leiguverð véla er ekki fasti yfir tíma. Gerum ráð fyrir því að leiguverð nýrrar vélar á tíma s er gefið $v(s)$. Gerum einnig ráð fyrir því að vélin afskrifist exponentially með hraða d. Rétt leiguverð á ári s fyrir vél sem keypt var á ári t er því:

$$\text{Leiguverð(s)} \ = v(s)\, e^{-d(s-t)} \tag{7.11}$$

Ef fyrirtæki er að hugsa um að kaupa nýja vél á ári t, verður það að núvirða allar leigutekjur:

$$\begin{aligned} e^{-r(s-t)} v(s) e^{-d(s-t)} &= e^{(r+d)t} v(s) e^{-(r+d)s} \\ PDV(t) &= \int_t^{\infty} e^{(r+d)t} v(s) e^{-(r+d)s} ds \qquad (7.12) \end{aligned}$$

Ef að fjármagnsmarkaðurinn er fullkominn verður verðgildi vélar á ári t jafnt núvirði leigutekna. Við getum leitt út jöfnu (7.8) út frá ofangreindri jöfnu. Endurritum:

$$P(t) = e^{(r+d)t} \int_t^{\infty} v(s) e^{-(r+d)s} ds \qquad (7.13)$$

og diffrum með tilliti til t:

$$\begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= (r+d) e^{(r+d)t} \int_t^{\infty} v(s) e^{-(r+d)s} ds - e^{(r+d)t} v(t) e^{-(r+d)t} \\ &= (r+d) P(t) - v(t) \\ v(t) &= (d+r) P(t) - \frac{dP(t)}{dt} \qquad (7.14) \end{aligned}$$

þar sem síðasti liðurinn sýnir verðbreytingar á fjármagninu.

7.2.2 Tré hoggið (dæmi)

Hámörkun hagnaðar

Skógarhöggsmaður verður að ákveða hvenær sé best að höggva niður vaxandi tré. G.r.f. að virði trésins á tíma t sé $f(t)$ (þar sem $f'(t) > 0$ og $f''(t) < 0$)og að L dollarar voru fjárfestir í upphafi sem greiðsla til þeirra er plöntuðu trénu. Gerum ennfremur ráð fyrir samfelldum vöxtum r. Núvirði hagnaðar er:

$$PDV = e^{-rt} f(t) - L \qquad (7.15)$$

Hámörkun hagnaðar skilar eftirfarandi fyrstu-gráðu skilyrði:

$$\frac{dPDV(t)}{dt} = e^{-rt} f'(t) - re^{-rt} f(t) = 0 \qquad (7.16)$$

Deilum með e^{-rt}:

$$\begin{aligned} f'(t) - rf(t) &= 0 \qquad (7.17) \\ r^* &= \frac{f'(t)}{f(t)} \end{aligned}$$

Samanburðarjafnvægisgreining

Heildardiffrum jöfnu (7.17):

$$f(t)\,dr + rf'(t)\,dt = f''(t)\,dt$$

$$\frac{dt}{dr} = \frac{f(t)}{f''(t) - rf'(t)} < 0$$

þ.e. vaxtahækkun styttir eignarhaldstímann að öðru jöfnu.

7.2.3 Breytileikareikningur (Calculus of Variations)

Breytileikareikningur tekur á hámörkun yfir tíma með notkun stýribreyta(C) sem hafa áhrif á stofnstærðir(K). Almennt hámörkunarvandamál er:

$$\begin{aligned} & \int_0^T U(K,C,t)\,dt \\ \dot{K} &= f(K,C,t) \end{aligned}$$

Hamiltonfall hámrökunar verður eftirfarandi:

$$H = U(K,C,t) + \lambda\dot{K} + K\dot{\lambda}$$

Kafli 8

Markaðsbrestir

8.1 Ytri áhrif

Ytri áhrif eiga sér stað þegar að einstaklingar/fyrirtæki hafa áhrif á þriðja aðila sem ekki eru ákveðin á markaði.

8.1.1 Áhrif milli fyrirtækja

Hugsum okkur tvö fyrirtæki, annað sem framleiðir X og hitt framleiðir Y. Bæði fyrirtækin nota einungis einn aðþátt: vinnuafl. Framleiðsla Y er sögð hafa ytri áhrif á framleiðslu X ef framleiðsla X veltur bæði á vinnuaflsnotkun og framleiðslu Y. Ritum framleiðslufall X þannig:

$$X = f\left(L_x; Y\right) \tag{8.1}$$

Dæmi um slíkt samband milli fyrirtækja eru fyrirtæki sem staðsett við á þar sem X er neðan við Y og Y mengar ánna við framleiðslu. Í slíku tilfelli er um neikvæði ytri áhrif að ræða, þ.e. $\partial X/\partial Y < 0$

8.1.2 Jákvæð ytri áhrif

Ytri áhrif geta verið jákvæð. Dæmi um þetta eru: hunangsframleiðandi og eplaframleiðandi nálægt hvor öðrum. Ef að framleiðsla epla er aukin mun framleiðsla hunangs aukast vegna auknum fjölda eplatrjáa. Í þessu tilfelli er $\partial X/\partial Y > 0$

8.1.3 Ytri áhif í nytjum

Ytri áhrif geta einnig haft áhrif á nyt einstaklinga. Dæmi um þetta er mengun og einstaklingar, en mengun minnkar að öðru jöfnu nyt einstaklinga.

8.2 Ytri áhrif og hagkvæmni

Tökum dæmi úr lið 8.1.1. Gerum ráð fyrir því að framleiðslufall mengandi fyrirtækisins sé:

$$Y = g(L_Y) \tag{8.2}$$

framleiðslufall fyrir vöru X var gefið í jöfnu (8.1). Pareto skilyrði fyrir hagkvæmnri skiptingu vinnuafls gerir ráð fyrir því að samfélags-jaðarframleiðsluvirði vinnuafls (SMRP$_L$) sé jafnt hjá báðum fyrirtækum. Ef verð X og Y eru P_x og P_y má rita SMRP fyrir vörur X og Y:

$$\begin{aligned} SMRP_L^X &= P_x \cdot \frac{\partial f}{\partial L_x} \\ SMRP_L^Y &= P_y \cdot \frac{\partial g}{\partial L_y} + P_x \cdot \frac{\partial f}{\partial Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial L_y} \end{aligned}$$

þar sem hér er um neikvæð ytri áhrif að ræða er $\partial f / \partial Y < 0$. Pareto hagkvæmi næst þegar að $SMRP_L^X = SMRP_L^Y$ en ómiðstýrð hegðun fyrirtækjana mun þannig ekki leiða til þessa skilyrðis. Fyrirtækin hámarka hagnað með: $w = MRP_L^X = MRP_L^Y$. Markaðsjafnvægi mun þannig leiða til óhagkvæmni þar sem of mikið er framleitt af Y og of lítið af X.

8.3 Lausnir á vandamáli ytri áhrifa

8.3.1 Pigeo skattlagning

Hagfræðingurinn Pigeo kom fram með þá lausn að skattleggja framleiðslu fyrirtækis um því sem nemur ytri áhrifunum og færa þannig jafnvægisframleiðslu í hagkvæmasta punkt. Vandamálið við þessa aðferð er að finna með nákvæmum hætti þann skatt sem gerir þetta.

8.3.2 Samruni fyrirtækja

Önnur leið er að sameina þau fyrirtæki sem valda ytri áhrifum við þau fyrirtæki sem verða fyrir þeim. Sameinað fyrirtæki tekur tillit til ytri áhrifa og sér til þess að framleiðsla sé með hagkvæmustum hætti þjóðfélagslega séð að því gefnu að full samkeppni ríki á afurðarmörkuðum.

8.4 Lögmál Coarse

Eignarréttur skilgreinir lagalegan eiganda auðlindar og segir til um hvernig hann má nýta sér hana. Skipta má eignarrétti í tvo meginflokka: sameignarrétt og séreignarrétt. Sameign er auðlind sem er í eigu þjóðfélagsins og enginn einn einstaklingur má nýta sér hana einungis í sína þágu. Séreign er nýtt beint af einum eiganda á þann hátt sem honum hentar best svo lengi sem nýting er fyrir innan ramma laga.

Lögmál Course segir að auðlindir verða ávallt nýttar á sem hagkvæmastan hátt óháð því hvernig eignarrétti er skipt milli manna svo fremur sem hann sé vel skilgreindur (séreignarréttur) og enginn færslukostnaður ríki. Lausn á ytri áhrifum væri því að skilgreina vel eignarréttindi.

8.5 Samgæði

Vara er flokkuð undir samgæði ef eftirfarandi á við:

- ekki er hægt að veita einum aðila vöruna án þess að aðrir njóti hennar þá jafnframt, þ.e. ekki er hægt að takmarka neyslu vöru einungis við þá sem borga.
- um leið og varan er veitt einum neytenda kostar ekkert að veita öðrum hana, þ.e. jaðar-þjóðfélagskostnaður framleiðslu er núll.

Helsti galli samgæða er sá að erfitt getur reynst að finna jaðarskiptihlutfall neytenda, þar sem þeir eru ekki tilbúnir að greiða fyrir samgæði með sama hætti og fyrir önnur gæði. Pareto-jafnvægi segir að jaðarskiptihlutfall framleiðslu (RPT) eigi að vera jafnt jaðarskiptihlutfalli þjóðfélagsins (SMRS). Í markaðskerfi gildir eftirfarandi fyrir einstakling i:

$$RPT_{\text{P fyrir G}} = MRS^i_{\text{P fyrir G}} = \frac{MU^i_P}{MU^i_G} < SMRS_{\text{P fyrir G}} \tag{8.3}$$

Minna-en-merkið er þarna vegna þess að samgæðin skila einnig ábata til annarra þjóðfélagsþegna. Sýna má fram á þetta með grafískum hætti. Markaðseftirspurnarkúrva er fundin með því að leggja saman lárétt eftirspurnarkúrvur einstaklingana. Fyrir samgæði verður að leggja saman eftirspurnarkúrvurnar lóðrétt. Þessi munur skýrir af hverju markaðurinn fullnægir ekki Pareto-jafnvægi fyrir samgæði.

8.6 Verðlagning á samgæðum

Þar sem ekki er hægt að framleiða samgæði með hagkvæmum hætti í markaðsumhverfi er nauðsynlegt að kanna hvernig ríkið á að haga sér í þessum efnum, þ.e. hversu mikið á að framleiða og hvernig á að rukka fyrir framleiðsluna. Sænskur hagfræðingur Erik Lindahl kom með lausn á þessu vandamáli og er hún sýnd með myndrænum hætti á bls 822 í kennslubókinni. Stærðfræðileg útleiðsla er sýnd með eftirfarandi dæmi.

G.r.f. tveimur einstaklingum (Smith og Jones) og tveimur gæðum: einkagæði og samgæði. Markaðsverði gæðanna eru P_S og P_E. Látum hluta

Smiths í greiðslu almannagæða vera α. Skattaverð hverrar einingar samgæða er því: αP_S. Smith mun því hámarka nyt með því að velja milli P og S samkv:

$$\frac{\alpha P_S}{P_E} = MRS_{\text{Smith (S fyrir E)}} = \frac{MU_S^{\text{Smith}}}{MU_E^{\text{Smith}}} \tag{8.4}$$

Jones greiðir skattbyrgði $(1-\alpha)$ og mun því hámarka nyt með því að velja P og S þannig

$$\frac{(1-\alpha)\,P_S}{P_E} = MRS_{\text{Jones (S fyrir E)}} = \frac{MU_S^{\text{Jones}}}{MU_E^{\text{Jones}}} \tag{8.5}$$

Skilyrði framleiðanda fyrir hámörkun hagnaðar er að:

$$\frac{P_S}{P_E} = RPT_{\text{S fyrir E}} \tag{8.6}$$

Summum upp nytjahámörkunarjöfnur (8.4) og (8.5):

$$MRS_{\text{Smith}} + MRS_{\text{Jones}} = \frac{\alpha P_S}{P_E} + \frac{(1-\alpha)\,P_S}{P_E} = \frac{P_S}{P_E} = RPT_{\text{S fyrir E}} \tag{8.7}$$

En þessi jafna sýnir að að Pareto-hagvkæmni í framleiðslu er náð. Til þess að hægt sé að ná Lindahl jafnvægi er nauðsynlegt að vita optimal skattahlutfall (α) fyrir hvern einstakling. Ekki er ljóst hvernig ætti að safna slíkum gögnum. Einstaklingar gefa þó upp ákveðnar upplýsingar um ákjósanleika samgæða við kosningar en þær upplýsingar eru of grunnar til þess að hægt sé að útfæra Lindahl stefnu út frá þeim. Stjórnvöld gætu dreift spurningarlistum til kjósenda þar sem þeir myndu segja til hversu mikið þeir séu tilbúnir að greiða fyrir ákveðna pakka af samgæðum. Niðurstaða slíkrar könnunar yrði þó að öllum líkindum mjög ónákvæm.

8.7 Skattur á tekjur

G.r.f. þjóðfélagi þar sem að tekjuskattur er lagður á einstaklinga en enginn skattur á vörur. Ritum tekjuband einstaklings 1:

$$\sum P_i X_i^1 - (1-t)\,w_i Z_i^1 = 0$$

Jaðarskiptihlutfall einstaklingsins er:

$$MRS_{X,Z_1} = \frac{(1-t)\,w_1}{P_1}$$

Fyrirtæki framleiða samkvæmt: $RPT = W_1/P_1$og því má augljóslega sjá að fyrstu hagkvæmni er ekki gætt, þ.e. $RPT \neq MRS^1_{X,Z_1}$. Pareto-hagkvæmni næst í neyslu með því að skattleggja allar vörur jafnt. Erfitt getur þó reynst að skattleggja frítima, en hann þarf að skattleggja ásamt öðrum gæðum.

Kafli 9

Almannaval

9.1 Velferðarhámörkun

Ákveðið vandamál er til staðar hvað varðar dreifingu gæða. Tillögur að "lausn" þessa "vandamáls" eru t.d. eftirfarandi:

- Þjóðfélagsleg velferðarföll

  Lausn þessi felst í því að hámarka ákveðið velferðarfall þjóðfélagsins sembyggir á nytjaföllum allra einstaklinga, þ.e. $W = W\left(U^1, U^2, \ldots, U^N\right)$. Hér er gert ráð fyrir því að nytjaföllinn miðist öll við sama skala. Það að mynda þjóðfélagslegt velferðarfall er hinsvegar ómögulegt í reynt (sjá Arrow)

- Nytjakenningin

  Nytjakenningin byggir á því að þjóðfélagslegt velferðarfall sé í hámarki þegar allir einstaklingar hafa sömu nyt.

- Kenning Rawls

  Þessi kenning byggir á því að hámarka $W = \min(U^1, U^2, \ldots, U^N)$,þ.e. gildi verðferðarfallsins er velferð þess sem hefur það verst.

- Kaldor

  Ef þeir sem hagnast á einhverri aðgerð geta bætt þeim sem tapa upp tapið þá er aðgerðin réttlætanleg

9.2 Ómöguleikakenning Arrows

Arrow tekur á almenna velferðarvandamálinu þannig að valið standi á milli nokkura "ákjósanlegra" þjóðfélagsstiga. Gert er ráð fyrir því að hver einstaklingur geti raðað þessum stigum í röð eftir ákjósanleika þeirra. Arrow varpaði fram þeirri spurningu hvort það sé til heildarlausn á röðun þjóðfélagsstiga sem samsvari skoðunum almennings.

Gerum t.d. ráð fyrir að það séu þrjú þjóðfélagsstig (A,B og C) og þjóðfélagið samanstandi af tveimur einstaklingum: Smith og Jones. Gerum ráð fyrir því að Smith meti A meira en B (AP_SB) og B meira en C (BP_SC). Val Smiths ætti samkvæmt öllu að vera samhvert, þ.e. AP_SC. Gerum ráð fyrir því að Jones hafi eftirfarandi forgangsröð: CP_JA, AP_JB og CP_JB. Ómöguleikakenning Arrows sýnir að sanngjörn (resonable) þjóðfélagsröðun á stigum A,B og C er ekki til.

Forsendur arrows

Kjarni ómöguleikakenningarinnar er að skilgreina hvað meint er með "reasonable social ranking". Arrow gerir ráð fyrir því að sérhver niðurröðun þjóðfélagsstiga þurfi að fullnægja eftirfarandi forsendum:

- Verður að raða niður öllum þjóðfélagsstigum

  Fyrir alla möguleika A og B gildir að APB, BPA eða AIB (I = jafngóð)

- Verður að vera sjálfri sér samkvæm

  Ef APB og BPC (eða BIC) þá hlýtur APC að gilda

- Jákvæð fylgni verður að vera milli niðurröðuninar og viðhorfa einstaklinga.

- Ef nýjir möguleikar koma fram þá breytir það ekki forgangsröðun þeirra sem fyrir voru

  Ef APB og nýtt stig D kemur gildir enn APB

- Hin þjóðfélagslega forgangsröðun á að endurspegla viðhorf einstaklinga (ekki byggjast á venju)

- Forgagnsröðunin má ekki endurspegla viðhorf einræðisherra heldur endurspegla viðhorf allra einstaklinga í þjóðfélaginu.

Sönnun á setningu Arrows

Arrow sýndi fram á að þessar þrjár forsendur eru ekki innbyrðis samkvæmar. Engin niðurröðun fullnægir bæði skilyrði 1 og 6. Tökum dæmi út frá Smith og Jones: BP_SC og CP_JB og því verður þjóðfélagið að verða BIC þannig að niðurröðun þjóðfélagsins byggist ekki einvörðungu á skoðunum eins einstaklings.

Þar sem Smith og Jones kjósa báðir A fram yfir B verður niðurröðun þjóðfélagsins að vera APB samkæmt forsendum 3 og 5 og APC svo að niðurröðunin sé sjálfri sér samkvæm. Þessi niðurröðun stangast þó á við einræðisherraforsenduna (5) þar sem AP_SC en CP_JA.

Ofangreind dæmi skýra að nokkru leiti þau vandamál sem felast í því að binda viðhorf margra einstaklinga í almennu þjóðfélagsviðhorfi,. Dæmi um slíkt kemur upp í meirihluta atkvæðagreiðslu, því þótt viðhorf hvers einstaklings fyrir sig séu samhverf er ekki víst að lokaniðurstaðan verði það.

Kafli 10

Leikjafræði

10.1 Almennar skilgreiningar

Payoff

Útkoma leikjafræðivandamáls. Vandamálið snýst um það að hámarka (eða oft lágmarka) útkomu vandamálsins.

Strategy

Áætlanir sem leikmenn setja sér til þess að ná sem mestu út úr leiknum. Áætlanirnar geta verið hreinar eða blandaðar.

Nash jafnvægi í hreinum aðgerðum

(r^*, c^*) er Nash-jafnvægi ef eftirfarandi gildir:

$$\begin{aligned} u_r(r^*, c^*) &\geq u_r(r, c^*) \text{ fyrir öll r} \\ u_c(r^*, c^*) &\geq u_c(r^*, c) \text{ fyrir öll c} \end{aligned}$$

Minimax

Hrein strategia sem felst í því að velja hámarksábata af þeim lágmarksútkomum sem geta komið upp

Blandaðar áætlanir

Blandaðar áætlanir fela í sér að hámarka væntan ábata. Áætlunin er sett fram í líkum þar sem allar ákjósanlegar leiðir eru settar fram með ákveðnum líkum. Blandaðar áætlanir eru fundnar með því að leysa hámörkunarvandamál þar sem payoff leikafræðivandamálsins er hámarkað.

10.2 Vandi fangans

		B	
		Hawk	Dove
A	Hawk	3,3	0,4
	Dove	4,0	1,1

Besta lausnin er ekki jafnvægislausn heldur er (1,1) nash og mimax jafnvægislausn. Ef leikur þessi væri í Edgeworth-kassa þá myndu leikmenn leita að Pareto hagkvæmum punkti.

Ef fangaleikurinn er endurtekinn þá fara menn að vinna saman og leikurinn getur endað í 3,3

10.3 Tvíkeppnislíkön

10.3.1 Líkan Cournot

Gerum ráð fyrir tveimur fyrirtækjum sem framleiða sitt hvora vöruna. Fyrirtækin ákveða framleiðslumagn á sinni framleiðsluvöru en verð ákvarðast á markaði, þ.e:

$$P_i = D_i\left(q_1, q_2\right), \quad i = 1, 2 \tag{10.1}$$

Heildarkostnaðar- og hagnaðarföll fyrirtækjanna eru:

$$\begin{aligned} TC_i &= TC_i\left(q_i\right), \quad i = 1, 2 \\ \pi_i &= P_i q_i - TC_i = D_i\left(q_1, q_2\right) q_i - TC_i \end{aligned} \tag{10.2}$$

Fyrirtækin hámarka hagnað samkvæmt fyrstu gráðu skilyrði:

$$\frac{\delta \pi_i}{\delta q_i} = D_i\left(q_1, q_2\right) + \frac{\delta D_i}{\delta q_i} - \frac{\delta D_i}{\delta q_j}\frac{\delta q_j}{\delta q_i} q_i - \frac{\delta TC_i}{\delta q_i} \tag{10.3}$$

Cournot gerði ráð fyrir því að fyrirtæki þekktu tengsl milli eigin framleiðslu og verðs, þ.e. $\delta P / \delta q_i \neq 0$ en að þau tækju ekki með í reikninginn áhrif framleiðslu annara fyrirtækja á eigin framleiðslu, þ.e. $\delta q_j / \delta q_i = 0$ fyrir öll $j \neq i$. Fyrstu gráðu skilyrði hagnaðarhámörkunar samkvæmt Cournot eru því:

$$\frac{\delta \pi_i}{\delta q_i} = P + q_i \frac{\delta P}{\delta q_i} - MC_i\left(q_i\right) = 0 \tag{10.4}$$

Markaður með fyrirtækjum sem vinna samkvæmt (10.4) lendir í jafnvægisverði sem er minna en við samráðsjafnvægi og hærra en við samkeppnisjafnvægi. Eftir því sem fyrirtækjum fjölgar nálgast jafnvægisverðið það verð sem myndi ríkja við fullkomna samkeppni.

		Áætlanir B	
		Leiðtogi	**Fylgjandi**
Áætlanir A	**Leiðtogi**	A=0, B=0	A=1.800, B=900
	Fylgjandi	A= 900, B=1.800	A=1.600, B=1.600

Tafla 10.1: Dæmi um Stackelberg vandamál

10.3.2 Afbrigði Stacklebergs

Von Stackelberg kannaði niðurstöður þess að gera ráð fyrir því að annað fyrirtækið á markaðnum (leiðtoginn) vissi hvernig hitt (fylgjandinn) stýrði framleiðslumagni. Slík vitneskja gerir það að verkum að leiðtoginn gæti hagrætt framleiðslumagni sínu og hagnast á kostnað fylgjandans. Þetta má setja upp stærðfræðilega þannig að $\partial q_1/\partial q_2 = 0$ hjá fylgjandanum en $\partial q_2/\partial q_1 =$ Vandamál kemur þó upp þegar leiðtogi er valinn. Ef hvort fyrirtækið fyrir sig gerir ráð fyrir því að það sé leiðtogi framleiða bæði mikið magn og verð lækkar niður úr öllu valdi. Ef bæði gera ráð fyrir því að þau séu fylgjendur myndast markaðsjafnvægi í Cournot lausn.

Vandamálið sem snýr að því hver eigi að starfa sem leiðtogi er leikjafræðivandamál. Leiðtoga-leiðtoga áætlun er háskaleg þar sem hún leiðir til taps fyrir bæði fyrirtæki. Fylgjandi-fylgjandi er ábatasamari lausn en óstöðug þar sem að fyrirtækin hafa hvata til þess að grípa tækifærið til þess að verða leiðtogar. Þessi leikur er ekki fangaleikur (*e. prisoner's dilemma*) þar sem að leiðtogi-leiðtogi áætlunin er ekki Nash-jafnvægi. Bæði leiðtoga-fylgjenda pörin eru í jafnvægi en upprunalega vandamáli segir ekki til um hvort fyrirtækið verður leiðtogi og hvort verðu fylgjandi. Að öllum líkindum mun slíkt ákvarðast af utanaðkomandi þáttum eins og sögu atvinnugreinarinnar, persónuleikum stjórnenda o.fl.

10.3.3 Líkan Bertrands

Berntrand benti á að eðlilegra sé að álykta að fyrirtæki breyti verðum (líkt og Walras) frekar en framleiðslumagni (eins og Marshall)

$$\begin{aligned} q_i &= D_i\left(P_1, P_2\right) = a_i - b_i P_i - o_i P_2 \\ \pi_i &= p_i \cdot q_i - TC\left(Q_i\right) \\ &= P_i \cdot D_i\left(P_1, P_2\right) - TC\left(D_i\left(P_1, P_2\right)\right) \end{aligned}$$

Í líkani Bertands er sem áður gert ráð fyrir því að $\partial p_j/\partial p_i$ =0. Bertrand líkanið gefur heldur meiri samkeppni en Cournot, þ.e. lægra verð og meira magn. Hægt er að útfæra Stackleberg útgáfu af líkani Bertrands.

Ef við höfum samkynja vörur og sama kostnað, þ.e. $P_1 = P_2 = P$ og $C_1 = C_2 = C$ þá er eina jafnvægisverðið í líkani Bertrands: $P = MC = C$, þ.e. það sama og lausn við fullkomna samkeppni.

Kafli 11

Kenningar um óvissu

11.1 Arrow-Pratt áhættufælni

Einstaklingur hámarkar vænt nyt: Hám $E(U(y))$ en fyrirtæki hámarka væntan hagnað: Hám $E(\pi)$. Áhættufælinn einstaklingur hefur hvelft nytjafall. Arrow-Pratt mælikvarða má nota til þess að meta áhættufælni:

$$r(y) = -\frac{u''(y)}{u'(y)}$$

$$r \begin{cases} < 0 & \Rightarrow \text{ Áhættusækinn} \\ = 0 & \Rightarrow \text{ Áhættuhlutlaus} \\ > 0 & \Rightarrow \text{ Áhættufælinn} \end{cases}$$

11.2 Von-Neumann-Morgenstern nytjaföll

Gera ráð fyrir því að einstaklingar hámarki nyt á eftirfarandi hátt:

$$E(U(y)) = \pi \cdot u(y_2) - (1-\pi) \cdot u(y_2) \tag{11.1}$$

11.3 Arrow-Lind setningin

Áhættufælnir einstaklingar geta skipt með sér áhættu, þ.a í heild verða þeir áhættuhlutlausir. Summan af áhættuni fyrir verkið í heild sinni verður hverfandi ef nægilega margir taka þátt: