Hluti 1 - Inngangur

Hagmælingar sem fræðigrein

Hagfræðilegar tilgátur

Spá fyrir um þróun hagstærða

Meta mismunandi hagstjórnaraðgerðir

Hagmælanleg gögn

Gæði setja efri mörk á marktækni

Tegundir gagna

Magnlæg vs eðlislæg

Magnlæg gögn eru mæld í einingum, t.d. krónum eða kg. Eðlislæg gögn segja til um hvort hlutir gerast eða ekki, en þeim er gjarnan lýst með gervibreytum

Þversniðs (cross-sectional) vs tímaraðir (time-servies)

Þversniðsgögn eru uppsöfnuð gögn mæld yfir ákveðið tímabil (t..d heildaraflatölur á einu ári.). Tímaraðir lýsa þróun gagna yfir ákveðið tímabil.

Panel data

Sambland af þversniðs og tímaröðum.

Experimental vs non-experimental

Experimental gögn eru gögn sem eru búin til með tilraunum. Eðlis/efnafræðingar nota mikið experimental gögn. Non-experimental gögn fáum við frá náttúrunnar hendi.

Vandamál með gögn

Frígráður

Allt of fáar athuganir. Vandamál við mat á líkönum ef niðurstöður eiga að vera marktækar

Nákvæmni í gögnum

Marglínuleiki

Á sérstaklega við um tímaraðir

Hagmælanleg líkön

Hagmælanleg líkön eru söfn af hagfræðilegum tilgátum:

Hegðunarsambönd

Td. sambönd neyslu og spanaðar

Tæknileg sambönd

Dæmi: framleiðsluföll. Þ.e. lýsing á þeim tæknilegum skilyrðum sem ákvarðanir einstaklinga búa við.

Skilgreiningar
Dæmi: Þegar maður velur milli vinnu og frítíma er hann bundinn 24 klst í sólarhringum.

Jafnvægissambönd
Dæmi: Á ákveðnum markaði er jafnvægi milli framboðs og eftirspurnar.

Líkön þessi geta verið margskonar:

Áþreifanleg
Dæmi um vatnsvél Phillips í LSE.

Orðaleg lýsing
Algeng á 18. og 19 öld. Þessi framsetning er ekki gagnleg ef meta þarf slíkt líkan. Þessi framsetning er nú horfin með öllu.

Myndræn framsetning
Algeng á fyrri hluta 20 aldar. Þessi framsetning er enn notuð en þó sjaldnast ein og sér.

Algebraísk
Framsetning sem er ráðandi nú í dag.

Líkönin geta verið:

Tímatengt vs kyrrt

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \delta_{t-1}$$

$$y = \alpha + \beta x$$

Slembilíkön vs löggeng

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$$

$$y_t = \alpha + \beta x_t$$

Línulegt vs ólínulegt

$$y_t = \alpha + \beta x_t$$

$$y_t = \alpha + x_t^{\beta}$$

Réttlæting fyrir línuleika

Hagfræðileg sambönd eru oft línuleg

Línulegt í stikum
Mörg föll er hægt að gera línuleg í stikum, t.d. með lógarithma.

Línulegir bútar (splines)
Þ.e. ef við getum nálgað ólínulegt fall með fjölda af línulegum bútum fáum við línulegt vandamál.

Taylor útvíkkun

$y = F(x)$

$F(x) \approx F(x_0) + F'(x_0)(x - x_0) + \text{afgangur}$

$F(x) \approx (F(x_0) - F'(x_0)x_0) + F'(x_0)X$

$y = F(X) \approx \alpha + \beta x$

Við getum því nálgast ólínulegt fall á línulegan hátt í ákveðnum punkti með hjálp Taylor reglunnar.

Samband hagfræðilegra kenninga og hagmælanlegra líkana

$y_t = F(x_t, \theta, \varepsilon_t)$

Líkan lýsir því hvernig x hefur áhrif á Y. Sambandinu er líkt með stikavekor theta og fallformi F. Allar breytur í formúlunni eru vektorar. Hér lætur hagfræðin nokkrum spurningum ósvarað:

Hvernig lítur F út?

$y_t = \theta_1 + \theta_2 x_t + \varepsilon_t$

eða

$y_t = \theta_1 x_t^{\theta_2} \varepsilon_t$

Hvaða gögn á að nota?

Tafalengd

Hagfræðileg líkön eru oft jafnvægissambönd en segja oft lítið til um það hvernig líkanið lítur út í ójafnvægi

Magnlægar vs eðlislægar niðurstöður

Hagfræðin segir aðallega til um eðlislægu niðurstöðurnar en ekki um magnlægu niðurstöðurnar. Þ.e. hagfræðin veit formerki afleiða einhvers hagfræðilegs sambands en upplýsir ekki um raungildi þeirra.

Val á kenningum

Hvaða líkan er "rétt"? Við gætum notað eftirfarandi líkan:

$y_t = F(x_t, z_t, \theta, \varepsilon_t)$ eða líkanið sem var nefnt hér að ofan. Hagmælingar geta hjálpað til við að ákveða hvaða líkan er hentugast

Aðferð hagrannsókna

Gögnum safnað

Líkan ákveðið

Forsenda um líkindadreifingu villuliðarins gefin

Líkan leyst og mat fengið á theta

Tölfræðileg prófun og ályktanir

Breytur

Skiptast í:

Innri stærðir: yt

Ytri stærðir: xt

Tafðar innri stærðir: y t-1

Tafðar ytri stærðir: x t-1

Tafðar innri og tafðar ytri stærðir eru kallaðar: fyrirfram ákvarðaðar stærðir.

Stikar

Gerðarformsstikar (Structuralform stikar) skiptast í:

"explicit" stikar

Þeir stikar sem koma fram í líkaninu, þ.e. theta vektorinn

"implicit" stikar

Þeir sem ákvarða líkindadreifingu epsylon

Tafvirki (lag operator)

$$Lx_t = x_{t-1}$$

$$L^i x_t = x_{t-i}$$

$$\frac{x_t}{1-bL} = \sum_{i=0}^{\infty} b^i x_{t-i}$$

Sönnun á síðustu reglunni:

$$\sum_{i=0}^{\infty} b^i x_{t-i} = x_t + bx_{t-1} + b^2 x_{t-1} + \text{.........}$$

$$= x_t + bLx_t + (bL)^2 x_t + (bL)^3 x_t + \text{....}$$

$$= x_t\left[1 + bL + (bL)^2 + \text{.....}\right]$$

$$bL\sum_{i=0}^{\infty} b^i x_{t-i} = x\left[bL + (bL)^2 + \text{.....}\right]$$

$$(1-bL)\sum_{i=0}^{\infty} b^i x_{t-1} = x_t$$

Form líkana

Gefum okkur einfalt þjóðhagslíkan:

$$y_t = F(x_t, \theta, \varepsilon_t)$$

$$y_t = c_t + i_t + g_t$$

$$c_t = \alpha + \beta y_{t-1}$$

$$i_t = i^*$$

Gerðarform

$$y_t = c_t + i_t + g_t$$
$$c_t = \alpha + \beta y_{t-1}$$
$$i_t = i^*$$

Einfaldað/smækkað (Reduced form)

Leysum líkanið þar sem við höfum hægra megin, einungis ytri stærðir eða fyrirfram gefnar stærðir. Í dæminu okkar eru tvær innri stærður og verður því einfaldað líkan aðeins tvær jöfnur:

$$c_t = \alpha + \beta y_{t-1}$$
$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + i_t + g_t$$

Endanlegt form (final form)

Það form þegar við tökum einfaldaða formið og skrifum líkanið þannig að hægra megin eru einungis ytri stærðir. Notum tafvirkja:

$$c_t = \alpha + \beta L y_t$$
$$y_t = \alpha + \beta L y_t + i_t + g_t$$
$$(1 - \beta L) y_t = \alpha + i^* + g_t$$
$$y_t = \frac{\alpha + i^*}{1 - \beta L} + \frac{g_t}{1 - \beta L}$$
$$y_t = \frac{\alpha + i^*}{1 - \beta} + \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i g_{t-i}$$
$$c_t = \frac{\alpha + \beta i^*}{1 - \beta} + \beta \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i g_{t-i-1}$$

Margfaldarar

Upphafsmargfaldari (impact multiplier)

$$\frac{\partial y_t}{\partial g_t} = 1$$

Millimargfaldara

$$\frac{\partial y_t}{\partial g_{t-1}} = \beta^i$$

Heildarmargfaldari

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\partial y_t}{\partial g_{t-1}} = 1 + \beta + \beta^2 + \ldots = \frac{1}{1 - \beta}$$

Stöðugleiki

$|b| < 1$ => minnkar á halanum => stöðugleiki

$|b| > 1$ => stækkun á halanum => sprenging

1.3 - Líkinda og dreififræði

Slembistærðir

Atburðir (events) gerast í náttúrunni á tilviljunarkenndan hátt. Slíkir atburðir kallast slembistærðir. Slembistærðir geta bæði verið samfelldar og ósamfelldar.

Líkindadreifing

Samantekt allra mögulega útkoma X getur tekið og líkurnar á hverjum atburði köllum við líkindadreifingu x, þ.e. f(x). f(x) er einnig kallað þéttifall (pdf). Það segir okkur hvernig líkindamassin dreifist yfir útkomur.

Ósamfelld föll

Ef x er ósamfellt þá gildir: f(x)=prob(X=x) og $0 \le$ prob (X=x) ≤ 1

Samfelld föll

Líkurnar á því að X taki ákveðið gildi x óendanlega litlar. Við getum því nálgast vandamálið með því að finna líkurnar á því að X lendi á ákveðnu bili.

$f(x) \geq 0 \ \forall x$

Tegur af f(x)dx = 1

prob(a $\le X \le$ b) = f(x)dx tegrað á bilinu a til b.

Dreififall (CDF - Cumulative Distribution Function)

Segir okkur líkurnar á því að X taki ákveðið gildi sem er minna en eða jafnt og x. Litla x er einhver endanleg stærð.

Ósamfelld föll

$$F(x) = \sum_{X \le x} f(x)$$

Samfelld föll

F(x) = Tegur frá mínus óendanlegu til x af f(t) dt

Um F(X) gildir

$0 \le F(x) \le 1$

Ef x > y -> F(x) > F(y)

$F(\infty) = 1$

$F(-\infty)=0$

Fyrir hvert dreififall er til eitt þéttifall, þ.e:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

Meðalgildi Slembistærðar (Expectations)

Ef við höfum slembistærðina x sem hefur þéttifallið f(x), þá gildir:

Ósamfellt: $E(X) = \sum_x xf(x)$

Samfellt: $E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

Vægi slembistærðar (Moments)

Vægi nr r slembistærðarinnar X er:

$E(x^r)=\mu_r = E\left[(x-\mu)^r\right]$

Vægi:

Númer 1 - Meðalgildi

$E(x)=\mu$

Númer 2 - dreifni (variance)

$\mu_2 = E((x-\mu)^2)=\sigma_x^2$

Númer 3 - Skekking (Skewness)

$\mu_3 = E((x-\mu)^3)$ -> Mælir hversu skökk dreifingin er frá meðaltali

Númer 4 - Ferilris (Kurtosis)

$\mu_4 = E((x-\mu)^4)$ -> segir til um lögun halanna

1.4. Tölfræðilegar ályktanir

Tökur úrtak úr undirliggjandi dreifingu og notum þetta úrtak til þess að komast að því hver undirliggjandi dreifingin er. Höfum N slembistærðir Y=(Y1.....Yn). Slembistærðir þessar hafa undirliggjandi þéttifall: f(y|θ) þar sem: θ=(θ1....θk)'. Hagrannsóknirnar ganga út á það að finna theta vektorinn. Helstu matsaðferðir eru: aðferð minnstu kvaðrata og aðferð helstu gilda.

Metill

$\exists$ y með pdf f(y|θ). Ef Y.....Yn er úrtak úr dreifingu er $\theta^{\wedge} = \theta(y_1....y_N)$ metillinn. Metillinn er slembistærð og hefur ákveðna dreifingu.

Aðferð minnstu kvaðrata

Viljum lágmarka: $SS = \sum_{i=1}^{N}\left[y_i^r - \mu_r\right]^2$

Aðferð sennilegustu gilda

Gengur út frá þeirri forsendu að við séum með normaldreifingu. Við höfum áhuga á dreifingu theta að gefnu y (úrtaki). Líkinda/sennileikafall er l(θ|y).Aðferðin gengur úr á það að finna theta sem hámarkar líkindafallið.

Eftirsóknarverðir eiginleikar metla í takmörkuðum úrtökum

Óbjagaður metill (Unbiased)

Metillinn θ óbjagaður ef miðgildi hans er jafnt raunverulegu θ, þ.e.

$E(\dot{\theta})=\theta$. Ef metillinn er bjagaður þá gildir: $B(\theta^{\wedge}|\theta)=E(\theta^{\wedge})-\theta$

Nákvæmni (Precision)

$\theta^{\wedge}$ telst nákvæmari en θ^{*} ef $\text{var}(\theta^{\wedge}) < \text{var}(\theta^{*})$

Hittnifervik (Mean sqare error)

$M(\theta^{\wedge}) = E(\theta^{\wedge} - \theta)^2$

$M(\theta^{\wedge}) = E(\theta^{\wedge} - E(\theta^{\wedge}) + E(\theta^{\wedge}) - \theta)^2$

$= E\left[(\theta^{\wedge} - E(\theta^{\wedge})) + (E(\theta^{\wedge}) - \theta)\right]^2$

$= E\left[(\theta^{\wedge)} - E(\theta^{\wedge}))^2 + 2(\theta^{\wedge} - E(\theta^{\wedge}))(E(\theta^{\wedge}) - \theta) + (E(\theta^{\wedge}) - \theta)^2\right]$

$= \text{var}(\theta^{\wedge}) + 0 + (E(\theta^{\wedge}) - \theta)^2$

Í þessum kúrs verða allir metlar óbjagaðir

Nýtinn metill (Efficient)

Þar sem að allir metlar í hagrannsóknum I eru óbjagaðir verðum við að reyna að finna þann metil sem er með minnsta variance, þ.e. nýtinn metil. Óbjagaður metill telst nýtnari en annar óbjagaður metill ef hann er með minni variance.

Cramer-Rao neðri mörkin (Lower bound - LB)

LB gefa nægjanleg (en ekki nauðsynleg) skilyrði fyrir því að metill sé nýtinn. Þ.e.a.s. að ef að einhver metill næri LB þá er hann nýtinn metill. Þetta þýðir það að enginn annar óbjagaður metill nær þessum neðri mörkum. Ef metill er línulegur þá telst hann blue (BLÓM) Besti línulegi óbjagaði metill (Gauss/Markov)

Eiginleikar í stórum úrtökum

Asymptopic thoery

Úrtakið orðið óendanlega stórt.

"Convergence" í líkum

Þegar slembistærðin x, með fast meðaltal μ, mun nálgast meðaltalið eftir því sem úrtakið verður stærra. $\exists$ X með meðaltal μ. X "convergerar í líkum að μ eff

$\lim\limits_{N->\infty} \text{prob}\left[|x\text{-}\mu| > \varepsilon\right] = 0$

$P\lim X = \mu$

Samkvæmni

Metill er sagður samkvæmur ef $P\lim \theta_N^{\wedge} = \theta$

Eiginleikar:

$\lim\limits_{N->\infty} E(\theta_N^{\wedge}) = \theta$ -> Asy.óbjagaður

$\lim\limits_{N->\infty} \text{var}(\theta_N^{\wedge}) = 0$

Slutsky-setningin

$P\lim \theta_N^{\wedge} = \theta$

G er samfellt fall:

$P\lim(g(\theta_N^{\wedge})) = g(P\lim(\theta_N^{\wedge}))$

Converge í dreifingu

G.r.f. að slembistærðin X hafi dreififallið (cdf) Fn(x), þá gildir (skilgr):

Ef $\lim_{N->\infty}\left|F_N(x)-F(x)\right| = 0$ => Xn convergar í dreifingu að x.

Converge í líkindum og dreifingum:

ef $\hat{\theta}_N = \theta$ => $\hat{\theta}_N \xrightarrow{d} \theta$

Helsta markgildissetningin (Central limit theorem)

$z \equiv \sqrt{N}(\hat{\theta} - \theta) \xrightarrow{d} f(z)$

Ef x1....xn með óþekkta líkindadreifingu, meðaltal μ og dreifinguna σ^2 og

$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$

þá gildir $\sqrt{N}(\overline{x}_N - \mu) \xrightarrow{d} N(0,\sigma^2)$. Þ.e. allar dreifingar stefna á normaldreifingu þegar N stefnir á óendanlegt

Asy.nýtni

Samkvæmur metill og asy.normal og er með minnstu dreifnina => asy.nýtinn.