# Heimadæmi 5

Sigurgeir Örn Jónsson - kt: 280674-5919
Kennari: Páll Jensson

2. október 1996

## 1 Dæmi 8.2.7

Höfum flutningsverkefni með eftirfarandi kostnaðar- og þarfatöflu:

| | | Áfangastaður | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Framboð |
| | 1 | 8 | 6 | 3 | 7 | 5 | 20 |
| Uppruni | 2 | 5 | M | 8 | 4 | 7 | 30 |
| | 3 | 6 | 3 | 9 | 6 | 8 | 30 |
| | 4(D) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 20 |
| Eftirspurn | | 25 | 25 | 20 | 10 | 20 | |

Eftir nokkrar ítrekanir er Simplex taflan eftirfarandi:

| | Áfangastaður | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Framboð | $u_i$ |
| 1 | 8 | 6 | 3 (20) | 7 | 5 | 20 | |
| 2 | 5 (25) | M | 8 | 4 (5) | 7 | 30 | |
| 3 | 6 | 3 (25) | 9 | 6 (5) | 8 | 30 | |
| 4(D) | 0 | 0 (0) | 0 (0) | 0 | 0 (20) | 20 | |
| Eftirsp | 25 | 25 | 20 | 10 | 20 | | |
| $v_j$ | | | | | | | |

Næsta skref er að keyra hámörkunarpróf.[1]. Það er því nauðsynlegt að finna gildi fyrir $u_i$ og $v_{j.}$ Í kerinu eru 8 $(m+n-1)$ grunnbreytur. Fjöldi óþekktra stærða ($u_i$ og $v_j$) er 9 $(m+n)$ og því getum við valið gildi einnar breytu. Ágæt regla er að velja það gildi $u_i$ sem hefur flestar stærðir í sinni röð og setja það sem núll. Ákvörðum gildi:

[1] BF lausn er besta lausn e.f.f. $c_{ij} - u_i - v_j \geq 0$ fyrir öll (i,j) þar sem að $x_{ij}$ er ekki í grunni.

$$
\begin{array}{lll}
x_{42}: & 0 = u_4 + v_2 & u_4 = 0, \quad v_2 = 0 \\
x_{43} & 0 = u_4 + v_3 & v_3 = 0 \\
x_{45} & 0 = u_4 + v_5 & v_5 = 0 \\
x_{32} & 3 = u_3 + v_2 & \Rightarrow u_3 = 3 \\
x_{34} & 6 = u_3 + v_4 & \Rightarrow v_4 = 3 \\
x_{24} & 4 = u_2 + v_4 & \Rightarrow u_2 = 1 \\
x_{21} & 5 = u_2 + v_1 & \Rightarrow v_1 = 4 \\
x_{13} & 3 = u_1 + v_3 & \Rightarrow u_1 = 3
\end{array}
$$

og stingum inn í töflu:

| | Áfangastaður | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Framboð | $u_i$ |
| 1 | $\boxed{8}$ +1 | $\boxed{6}$ +3 | $\boxed{3}$ (**20**) | $\boxed{7}$ +1 | $\boxed{5}$ +2 | 20 | 3 |
| 2 | $\boxed{5}$ $\rightarrow (-0)$ (**25**) | $\boxed{M}$ $\rightarrow$ M-1 | $\boxed{8}$ $\rightarrow$ +7 | $\boxed{4}$ $\downarrow (+0)$ (**5**) | $\boxed{7}$ +6 | 30 | 1 |
| 3 | $\boxed{6}$ $\uparrow$ -1 | $\boxed{3}$ $\downarrow (+0)$ (**25**) | $\boxed{9}$ $\leftarrow$ +6 | $\boxed{6}$ $\leftarrow (-0)$ (**5**) | $\boxed{8}$ +3 | 30 | 3 |
| 4(D) | $\boxed{0}$ $\uparrow (+0)$ -4 | $\boxed{0}$ $\leftarrow (-0)$ (**0**) | $\boxed{0}$ (**0**) | $\boxed{0}$ -3 | $\boxed{0}$ (**20**) | 20 | 0 |
| Eftirsp | 25 | 25 | 20 | 10 | 20 | | |
| $v_j$ | 4 | 0 | 0 | 3 | 0 | | |

Við sjáum að þessi grunnur skilar ekki bestu lausn þar sem að $c_{ij} - u_i - v_j < 0$ fyrir $x_{ij}$ sem ekki eru í grunni. Veljum þá breytu með lægsta reduced cost til þess að fara inn í grunn. Í þessu tilfelli er það $x_{41}$ sem fer inn í grunn og $x_{42}$ sem fer út úr grunni enda hefur hún lægsta x gildi af þeim breytum sem verða fyrir áhrifum frá $x_{41}$. Áhrifaferli er teiknað með örvum á töflu. Þar sem að breytan sem fer út úr grunni er núll breytast x-gildi ekki.

Nú þarf að teikna nýja töflu og reikna $u_i$ og $v_j$ upp á nýtt. Hér er það gert beint á töflunni.

| | Áfangastaður | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Framboð | $u_i$ |
| 1 | $\boxed{8}$ +5 | $\boxed{6}$ +7 | $\boxed{3}$ (**20**) | $\boxed{7}$ +5 | $\boxed{5}$ +2 | 20 | -2 |
| 2 | $\boxed{5}$ $\rightarrow (-5)$ (**25**) | $\boxed{M}$ $\rightarrow$ M-1 | $\boxed{8}$ $\rightarrow$ +3 | $\boxed{4}$ $\downarrow (+5)$ (**5**) | $\boxed{7}$ +2 | 30 | 0 |
| 3 | $\boxed{6}$ $\uparrow (+5)$ -1 | $\boxed{3}$ $\leftarrow$ (**25**) | $\boxed{9}$ $\leftarrow$ +2 | $\boxed{6}$ $\leftarrow (-5)$ (**5**) | $\boxed{8}$ +1 | 30 | 2 |
| 4(D) | $\boxed{0}$ (**0**) | $\boxed{0}$ +4 | $\boxed{0}$ (**0**) | $\boxed{0}$ +1 | $\boxed{0}$ (**20**) | 20 | -5 |
| Eftirsp | 25 | 25 | 20 | 10 | 20 | | |
| $v_j$ | 5 | 1 | 5 | 4 | 5 | | |

Enn stenst taflan ekki hámörkunarpróf þar sem að einn reduced cost stuðullinn er neikvæður. Setjum breytu $x_{31}$ inn í grunn, teiknum áhrifaferli með örvum og veljum $x_{34}$ til þess að fara út úr grunni enda hefur hún lægsta x gildi af áhrifsbreytum. Þegar búið er að uppfæra tölur og endurreikna $u_i$ og $v_j$ fáum við eftirfarandi töflu:

| | Áfangastaður | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Framboð | $u_i$ |
| 1 | 8<br>+5 | 6<br>+6 | 3<br>(**20**) | 7<br>+5 | 5<br>+2 | 20 | 3 |
| 2 | 5<br>(**20**) | M<br>M-2 | 8<br>+3 | 4<br>(**10**) | 7<br>+2 | 30 | 5 |
| 3 | 6<br>(**5**) | 3<br>(**25**) | 9<br>+3 | 6<br>+1 | 8<br>+2 | 30 | 6 |
| 4(D) | 0<br>(**0**) | 0<br>+3 | 0<br>(**0**) | 0<br>+1 | 0<br>(**20**) | 20 | 0 |
| Eftirsp | 25 | 25 | 20 | 10 | 20 | | |
| $v_j$ | 0 | -3 | 0 | -1 | 0 | | |

Þetta er lokataflan sem lýsir bestu lausn. Þetta má sjá út frá því að allir stuðlar reduced cost $(c_{ij} - u_i - v_j)$ eru jákvæðir, sem þýðir að ef að ógrunnbreytu væri bætt inn í grunn myndi gildi markfallsins minnka. Gildi markfallsins getur ekki vaxið frekar og er í þessu hámarki: $Z = (20 \cdot 3 + 20 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 25 \cdot 3 + 0) = 305$