

Aðgerðagreining

Heimadæmi 4

Sigurgeir Örn Jónsson (280674-5919)
Kennari: Páll Jensson

23. september 1996

1 Framsetning LP-líkans

Vandamál verkstjóra frystihúss er að ákvarða hvernig vinna eigi 20 tonn af þorski. Hægt er að vinna þorskinn í fimm pund eða blokk og eru stuðlar vandamálsins settir fram í eftirfarandi töflu:

Vinnsluleið	Söluverð (kr/kg):	Nýting:	Vinnsluþörf (mín/kg)
Fimm pund	200	40%	6
Blokk	100	40%	2

Til vinnu eru mættir 50 starfsmenn sem hafa kauptryggingu í 8 tíma. Heildarvinnutími er því 400 klst eða 24.000 mínútur. Heildarafli umreiknaður yfir í kíló er: 20.000 kg.

Skilgreinum eftirfarandi breytur:

x_1 = kg af hráefni sem unnið er í fimm pund

x_2 = kg af hráefni sem unnið er í Blokk

Setjum upp LP líkan:

$$\text{Hám} \quad Z = 200 \cdot 0.4x_1 + 100 \cdot 0.4x_2$$

m.t.t.

$$\text{Hráefni:} \quad x_1 + x_2 \leq 20000$$

$$\text{Vinna:} \quad 6x_1 + 2x_2 \leq 24000$$

Breyturnar x_1 og x_2 eru margfaldaðar með 0.4 í markfallinu til þess að það komi fram að nýting hráfnis er aðeins 40% fyrir báða afurðaflokka.

Til frekari glöggvunar er gagnvirka líkanið sett fram

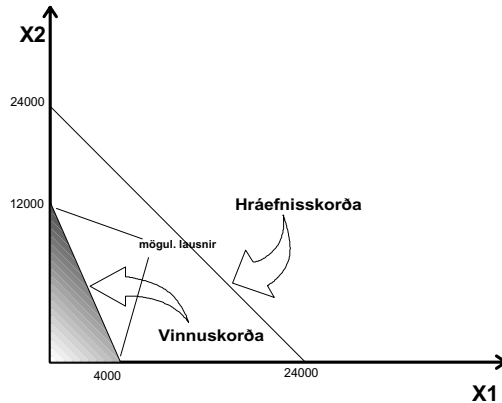
$$\text{Lágmi} \quad Z = 20000s_1 + 24000s_2$$

m.t.t.

$$\text{Hráefni:} \quad s_1 + s_2 \leq 200 \cdot 0,4$$

$$\text{Vinna:} \quad 6s_1 + 2s_2 \leq 100 \cdot 0,4$$

2 Mögulegar lausnir sýndar á teikningu



Eins og sést á myndinni er hráefnis skorðan ekki bindandi þar sem vinnu-
 aflsskorðan er fyrir innan hráefnis skorðu í öllum mögulegum lausnarpunk-
 tum.

3 Dæmi sett upp í Excel og leyst með Solver

LP-líkanið var sett upp í Excel¹ töflu og leyst með Solver. Niðurstaða er eftirfarandi:

Nafn	Loka- gildi	Reduced cost	Stuðull	Leyfileg hækkun	Leyfileg lækkun
Fimm pund	0 kg	-40 kr	80 kr	40 kr	∞
Blokk	12000 kg	0	40 kr	∞	13,33 kr

Nafn	Loka Gildi	Skugga virði	Hægri hlið	Leyfileg hækkun	Leyfileg lækkun
Hráefnis skorða	12000 kg	0	20000 kg	∞	8000 kg
Vinnuskorða	24000 mín	20 kr	24000 mín	16000 mín	24000 mín

Þessi lausn er eins og við mátti búast ef tekið er mið af teikningu. Hal-
 latala markfallsins m.v. x_1 er -0.5 en hallatala vinnuskorðunar m.v. x_1 er 3.
 Besta lausn hlýtur því að vera í þeim punkti sem vinnuskorðan snertir x_2
 ásinn. Eina skorðan sem takmarkar framlegð er vinnuskorðan og því verður
 hráefni afgang m.v. enga yfirvinnu. Skuggavirði hráefnis er ekkert, en það
 sýnir enn fremur að það er ekki hráefnisleysi sem hrjái rekstur frystihússins
 heldur takmarkað vinnuafll.

¹Útprintun Excel skjalsins fylgir með í Viðauka A.

Leyfileg hækkun og lækkun á hráefni sýnir að það skiptir ekki máli þótt hráefnið aukist óendanlega, lausnin yrði enn sú sama. Ef að hráefnið lækkaði niður í 8000 þá væri ný lausn besta lausn enda væri hráefnið skorðan þá bindandi.

4 Áhrif hráefnismagns á skuggaverð

Í bestu lausn er hráefni langt frá því að vera fullnýtt. Meira hráefni er verðlaust þar sem að fyrirtækið getur ekki unnið út úr því. Þetta er einmitt það sem kemur fram í bestu lausn en þar er skuggavirði núll. Þótt við breytum heildarhráefni í upphafi breytast skuggaverð ekki nema hráefnið skorðan verði bindandi en til þess þarf hráefni í upphafi að vera 12 tonn (mínkum um 8 tonn) eða minna.

Með því að ítreka milli lausnarpunkta eftir því sem hráefni er minnkað, að öðru óbreyttu, má eftirfarandi út:

$$\begin{aligned} \text{Skuggavirði hráefnis} & : P_H^S = \begin{cases} = 0 \text{ kr/kg} & \text{fyrir } 12000 \text{ kg} < H \leq \infty \text{ kg} \\ = 20 \text{ kr/kg} & \text{fyrir } 4000 \text{ kg} < H \leq 12000 \text{ kg} \\ = 80 \text{ kr/kg} & \text{fyrir } 0 \text{ kg} \leq H \leq 4000 \text{ kg} \end{cases} \\ \text{Skuggavirði Vinnuafis} & : P_V^S = \begin{cases} = 20 \text{ kr/mín} & \text{fyrir } 12000 \text{ kg} < H \leq \infty \text{ kg} \\ = 10 \text{ kr/mín} & \text{fyrir } 4000 \text{ kg} < H \leq 12000 \text{ kg} \\ = 0 \text{ kr/mín} & \text{fyrir } 0 \text{ kg} \leq H \leq 4000 \text{ kg} \end{cases} \end{aligned}$$

Hægt er að nýta skuggavirðin til þess að veða og meta hvort það borgi sig fyrir fyrirtæki að kaupa viðbótarhráefni af markaði eða ekki. Ef markaðsverð hráefnis er minna en skuggaverð þá borgar sig að kaupa a.m.k. einhvað hráefni (magn fer eftir nýrri hámarksalausn). Augljóst er að m.v. upphafshráefni þá borgar sig ekki að kaupa hráefni af markaði nema fyrirtækinu sé borgað fyrir það (skuggavirði 0).

5 Borgar yfirvinna sig?

Eins og kom fram hér að ofan borgar sig að kaupa aðþátt í einhverju magni ef að markaðsverði er minna en skuggavirði aðþáttarins. Þetta gildir því um kaup á vinnuafli: ef tímakaup (í þessu tilfelli kaup per mínútu) er minna en 20 þá borgar sig að kaupa einhverja yfirvinnu m.v. upphaflegt hráefni.